

# 無限周期金属格子による電磁波散乱の数値解析法に関する研究

著者	若林 秀昭
学位授与機関	Tohoku University
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10097/56970">http://hdl.handle.net/10097/56970</a>

無限周期金属格子による電磁波散乱の  
数値解析法に関する研究

2001 年 2 月

若 林 秀 昭

# 内容梗概

近年，無線通信および電波応用技術は，通信形態の多様化，複雑化に伴い，限られた無線周波数を有効に利用する動きがみられるようになってきた．無線周波数を有効に利用するためには，周波数あるいは偏波面の識別により多周波同時通信を行うアンテナが必要となる．また，無線通信が多用されると共に，電波障害という新しい問題が生じるようになった．金属薄膜をコーティングした高性能熱線反射ガラスによるゴーストが近年では問題になっており，電波障害対策技術が急務となっている．金属導体を周期的，平面的に多数配置した金属格子は，導体素子の形状および抵抗損失，周期間隔，誘電体基板の材質に応じて，入射電磁波に対し，様々な周波数選択性，偏波面弁別性を有する．そのため，空間フィルタとして利用できるほか，結合フィルタ，波長フィルタ，モード変換器などの光デバイスとしても応用できる．従って，金属格子の散乱特性を明らかにすることは重要な研究課題と考えられ，金属格子を無限周期と仮定し，金属の厚さを無視した計算法による電磁波の散乱特性の解析が盛んに行われている．

空間フィルタの設計には，素子の形状に対して適用性の良い解析手法が重要であり，任意の2次元形状素子に適用できる金属格子の解析手法が強く望まれている．また，金属の厚さを無視した計算法の適用限界を知るためにも，あらかじめ金属の厚さによる影響を定量的に示すことは極めて重要である．

本論文は，無限周期金属格子の電磁波による散乱特性を，素子の形状に対して適用性が優れ，表面インピーダンス境界を容易に導入できるスペクトル領域ガレルキン法と，金属の厚さを考慮して解析できるフーリエ級数展開法によって解析したものであり，以下の6つの章に，解析法の定式化と数値計算の研究成果を示している．

第1章では，金属格子に関する研究の重要性と問題点を指摘し，本研究の意義と目的ならびに概要について述べている．

第2章では、半無限誘電体表面に導体素子が2次元的に配列された金属格子による散乱問題に対して、素子の形状に適応性が良いスペクトル領域ガレルキン法による解析手法を定式化している。電流展開関数として全領域関数やステップ関数などが一般に用いられることが多く、その解析は単純な形状の素子に限られている。そこで、2次元の任意形状の導体素子を板状小区間に分割し、金属表面に誘起される電流分布を少ない展開項数で安定した解が得られ、かつ抵抗境界の整合性が良い区分的正弦波関数の重ね合わせで表現している。本手法が任意形状の素子に適用可能であることを示し、入射電磁波として直線偏波だけでなく円偏波による散乱特性も解析している。

第3章では、誘電体基板上の格子に関する解析手法として、スペクトル領域ガレルキン法を適用すると共に、任意形状の開口部を有する格子については、開口面に誘起される磁流分布を未知とする磁界型積分方程式に基づいた手法を提案している。開口部の磁流分布を区分的正弦波関数で展開しているため、導体部分の形状が複雑かつ面積が大きい場合にも、少ない展開項数で解析でき、従来の導体電流に着目した手法よりも高速な計算を実現している。開口部を有する格子および金属格子による散乱特性の数値計算により、構造が補対である自由空間中にある場合、散乱特性は補対性を示すが、誘電体上にある場合には、共振点より高周波領域において、金属格子の散乱特性に複雑な変化が見られることを示している。

第2,3章における平板格子の解析手法は、格子表面と境界面の磁界成分の差を電流と想定し、格子の厚さを無視した計算法である。しかしながら、格子の厚さが、波長に比べて無視できないような周波数領域では、厚さを考慮して解析する必要がある。そこで以下の章では、金属の厚さを考慮して取り扱う際に、複素誘電率を有する有限な厚さの誘電体格子として金属格子を扱っている。

第4章では、平板格子について面電流展開と表面インピーダンス境界を導入できる格子の厚さを明らかにしている。数値計算の容易さと問題点の明確化のため、1次元格子について、フーリエ級数展開と行列固有値を用いた誘電体格子の解析手法を導入して数値計算を行っている。次に、複素誘電率と厚さをもつ格子の厚さを無視し、表面インピーダンスに置き換え、スペクトル領域ガレルキン法を適用して数値計算を行っている。この平板格子の解析手法として、グリーン関数を用いない数値解に基づく手法を提案している。計算結果の比較により、表面インピーダンス境界条件の有効性を検討し、格子の

厚さが薄い場合には，厚さを無視した平板格子の計算法を用いて解析できることを示している．

第 5 章では，金属格子の厚さが変化する場合を扱っている．厚さが変化する金属格子を表面レリーフ形誘電体格子として扱い，任意の表面レリーフ形状に対して厚さが変化しない方形格子の積み重ねとして階段近似し，第 4 章の計算法を拡張して，散乱特性を解析している．厚さを無視した平板格子の解析では，境界面に平行な位置の関数として表される表面インピーダンス境界条件にスペクトル領域ガレルキン法を適用して定式化を行い，表面レリーフ形誘電体格子の計算結果と比較することにより，格子の厚さが薄いとき，格子表面と境界面の磁界成分の差が電流に相当することを確認し，格子の厚さを無視して扱うことができることを示している．さらに，極めて薄い金属格子について，格子形状による散乱特性の違いを検討している．

第 6 章では，本研究を通して得られた主要な結果を総括すると共に，金属格子の解析の問題点および，今後検討すべき研究課題について述べている．



# 目 次

内容梗概	i
主要記号	ix
第 1 章 序 論	1
第 2 章 2 次元形状素子からなる金属格子の解析	5
2.1 まえがき	5
2.2 解析モデルと座標系	6
2.3 散乱界	10
2.4 スペクトル領域ガレルキン法の適用	12
2.4.1 ガレルキン法	12
2.4.2 電流展開関数	13
2.5 散乱特性	15
2.6 数値計算例	17
2.7 むすび	24
第 3 章 補対関係の素子からなる格子の解析	25
3.1 まえがき	25
3.2 解析モデルと入射波	26
3.3 開口部を有する格子 (Inverse Type) の解法	27
3.4 金属格子 (Normal Type) の解法	29
3.5 散乱特性	31
3.6 数値計算例	32

3.7	むすび	38
第4章	平板格子における表面インピーダンス境界条件の有効性	39
4.1	まえがき	39
4.2	問題の設定	41
4.3	誘電体格子の解析手法	44
4.4	平板格子の解析手法	49
4.4.1	面電流展開と表面インピーダンス境界条件	49
4.4.2	行列算法による1次界と2次界	50
4.5	抵抗境界条件に関する近似的検討	52
4.5.1	TE波入射の場合	52
4.5.2	TM波入射の場合	53
4.6	数値計算例	54
4.6.1	抵抗格子について	55
4.6.2	リアクタンス格子について	61
4.7	むすび	66
第5章	厚さが変化する金属格子の解析	67
5.1	まえがき	67
5.2	問題の設定	68
5.3	任意形状表面レリーフ形誘電体格子としての取り扱い	70
5.4	表面インピーダンスを有する平板格子としての取り扱い	73
5.5	数値計算例	75
5.6	むすび	90
第6章	結論	91
付録A	グリーン関数の導出	95
A.1	概要	95
A.2	半無限媒質	96
A.3	1層誘電体スラブ	99



目 次	vii
A.4 電気壁付き 1 層誘電体スラブ	102
A.5 数値解に基づく表現	104
付 録 B 電流展開関数に関する検討	107
B.1 問題の構成	107
B.2 電流展開関数	107
B.3 抵抗境界整合について	110
B.4 数値計算および検討	112
付 録 C 誘電体格子の解析における多層分割法に関する検討	117
C.1 問題の構成	117
C.2 格子領域の分割方法	118
C.3 数値計算および検討	121
謝 辞	123
参考文献	125
研究業績	133



# 主要記号

$E$	: 電界ベクトル
$H$	: 磁界ベクトル
$\varepsilon_0$	: 真空中の誘電率
$\mu_0$	: 真空中の透磁率
$Z_0$	: 波動インピーダンス
$Y_0$	: 波動アドミタンス
$j$	: 虚数記号
$\lambda$	: 電磁波の波長
$k_0$	: 電磁波の空間波数
$k$	: 波数ベクトル
$\omega$	: 電磁波の各周波数
$t$	: 時間
$r$	: 位置ベクトル
$i_\ell$	: $\ell$ 軸方向の単位ベクトル
$\Lambda$	: 格子周期
$J$	: 表面電流
$J_p$	: 第 $p$ 番目の電流展開関数
$I_p$	: 第 $p$ 番目の電流展開係数
$j_m$	: 電流の $m$ 次空間高調波の展開係数
$G, L, N$	: グリーン関数
$\theta_i$	: $z$ - $x$ 平面に対する入射角
$\phi_i$	: $x$ - $y$ 平面に対する入射角

$\alpha$	:	偏波角
$R_p$	:	反射率
$T_p$	:	透過率
$r$	:	振幅反射係数
$t$	:	振幅透過係数
$k_x, s_m$	:	$x$ 軸方向の伝搬定数, 規格化伝搬定数
$k_y, \gamma$	:	$y, z$ 軸方向の伝搬定数
$e_\ell, h_\ell$	:	$\ell$ 軸方向の空間高調波の電界, 磁界ベクトル
$\varepsilon_i$	:	$i$ 領域の比誘電率
$\varepsilon_2(z)$	:	格子領域の比誘電率
$\mathbf{a}$	:	複素振幅ベクトル
$a_m$	:	$m$ 次高調波の複素振幅
$g_m$	:	$m$ 次のスペクトル領域グリーン関数
$[C]$	:	空間高調波の係数行列
$[T]$	:	$[C]$ の対角化行列
$\kappa_m$	:	$[C]$ の $m$ 次空間高調波の固有値
$Z_s$	:	表面インピーダンス
$R_s$	:	表面抵抗
$X_s$	:	表面リアクタンス
$\eta_m^r, \eta_m^t$	:	$m$ 次反射波, 透過波の回折効率

# 第 1 章

## 序 論

近年，無線通信および電波応用技術は，衛星通信，自動車，鉄道，航空，携帯電話などの移動体通信に新しいサービスとして利用されるようになった．このような通信形態の多様化，複雑化に伴い，共通に開かれた自由空間を伝搬路とする限られた無線周波数を有効に利用する動きがみられるようになってきた．その一つに，周波数あるいは偏波面の識別により多周波同時通信を行うアンテナの開発が挙げられる．多周波同時通信を行うアンテナは無線通信のみならず，電波天文観測の分野においても必要とされている．例えば，太陽フレアのように時間的に速い現象のスペクトルの決定や分子線探査，複数の分子線での比較観測など，時間的，空間的な一致が問題となるような観測では多周波同時受信システムが求められている<sup>(1)</sup>．

また，無線通信が多用されると共に，電波障害という新しい問題がみられるようになった．例えば，建物の高層化による受信障害問題が挙げられる．放送電波の一部は，ビル等の高層建築物の壁面で反射して受信アンテナに到来するため，直接到来波に対して時間的な遅れを生じ，画像が 2 重 3 重になるゴーストという受信障害が発生する．近年では，金属薄膜をコーティングした高性能熱線反射ガラスによるゴーストが発生しており<sup>(2-4)</sup>，電波障害対策技術が急務である．

金属導体を一定の間隔で周期的，平面的に多数配置した金属格子は，上記の機能を果たす電磁波の散乱を利用したデバイスとして重要性が高まっている．金属格子はプリント印刷技術を用いて製作され，入射電磁波に対して，周波数選択性，偏波面弁別性を有するため，空間フィルタとして利用されている．また，電波領域だけでなく，光波領域において，金属格子は結合フィルタ，波長フィルタ，モード変換器などの受動素子として

応用できる<sup>(5)</sup>。従って、金属格子の特性を明らかにすることはこれらのデバイスの設計に有用であり、重要な研究課題と考えられる。金属格子は導体の形状、周期間隔、誘電体基板の材質によって様々な散乱特性を示すため、その電磁波散乱に関する理論解析が盛んになり、格子を無限周期と仮定する計算法が広く採用されている。これは、無限周期と仮定することにより、1 周期分の電磁界分布の計算だけで、全体の散乱特性が求められるため、計算量が少なくなるためである。また、電磁界成分は空間高調波に基づく級数展開で離散的に表されるため、計算機解析向けという利点がある。

電波領域における解析では、波長に比べて金属格子の厚さが十分に薄いため、厚さを無視することにより、格子表面と境界面における磁界成分の差を電流と想定した計算法や等価伝送路を用いた近似解法が用いられている。金属表面上に誘起される電流分布を求める様々な計算法が適用され、散乱問題の数値解析が報告されている<sup>(6-13)</sup>。しかしながら、1 次元形状や矩形、ストリップのように単純な形状の素子に限られており、また、完全導体に限られているなど特別な場合の散乱問題に関する報告が多い。等価伝送路を用いた近似解法については、垂直入射、矩形形状に適用範囲が限られる。実際には、特性向上の目的で導電性材料が使われる場合<sup>(14)</sup> や厚さが表皮厚に比べて薄い場合には、金属導体が抵抗損失を有することを考えると、抵抗損失を扱うことが可能であり、素子の形状に対して適用性の優れた解析法が重要である。さらに、高周波帯を透過させる空間フィルタが必要とされることがあり、導体部分と空隙部分を反転した開口部を有する格子も広く利用されている。この格子の散乱特性については厳密な理論的解析が困難であり<sup>(1)</sup>、等価回路による近似的な解法<sup>(8)</sup>を除けば、報告例も少ない。開口部のまわりの導体部分に誘起される電流を求めている報告例<sup>(7)</sup>もあるが、一般には、未知電流の展開項数、計算時間、計算精度などの点で不利であり、開口部分に着目した解析法が必要である。

このような問題を克服する解析法としてスペクトル領域ガレルキン法がある。これは、格子表面に誘起される電流を求める手法であり、容易に表面インピーダンス境界を導入することができる。また、電流展開関数を適切に選ぶことにより、2 方向に周期性を有する 2 次元形状の導体素子からなる無限周期金属格子の解析に適用できる。

一方、光波領域における解析では、金属格子は厚さを無視できず、誘電体格子として解析する必要がある。この誘電体格子の解析に関しては、モード整合法<sup>(15 16)</sup> やフーリ

工級数展開法<sup>(17-18)</sup>をはじめ、有限要素法<sup>(19)</sup>、境界要素法<sup>(20)</sup>、ブロッホ波展開法<sup>(21)</sup>、微分法、積分法<sup>(22)</sup>などが有力な計算機解析法として知られている。さらに、斜め格子や3次元的に斜め方向からの入射波に対する数値計算例についても多くの報告<sup>(23-25)</sup>がある。しかしながら、これらの報告の多くは、周期構造が1方向に限られた1次元誘電体格子に関するものであり、2方向に周期性を有する2次元誘電体格子に関する解析は、松田、奥野らの先駆的な計算例<sup>(26-27)</sup>を除けば、極めて数少ない。これは2次元誘電体格子の厳密な解析に要する複雑な計算過程とこれに付随する巨大計算を実行することが難しいためである。

この問題を解決する方法として、格子の厚さを無視し、格子の複素誘電率と厚さを表面抵抗に置き換える方法が考えられる。これは、誘電率の虚数部が極めて大きく格子の厚さが極めて薄い誘電体格子を抵抗平板格子とみなし、面電流展開と抵抗境界条件を導入する手法であり、誘電体格子の計算過程に比べてはるかに計算量が少ない。しかしながら、金属の厚さを無視できる限界を定量的に示した例は報告されていない。また、実際には金属の厚さは一様とは限らず、厚さが変化するため、厚さが変化する場合を考慮した計算法が必要となる。フーリエ級数展開法は、TM波解析において収束が遅いという問題点があるものの、格子領域を方形格子の積み重ねとして階段近似する多層分割法との併用により、任意形状の表面レリーフ形誘電体格子に適用でき、厚さが変化する金属格子に対する解析が可能である。

本論文は、無限周期金属格子の解析法として、素子の形状に対して適用性が優れているスペクトル領域ガレルキン法と、金属の厚さを考慮して解析できる行列固有値を用いたフーリエ級数展開法によって、以下に述べるような定式化と数値計算を行った結果について述べる。

第2章では、半無限誘電体表面に任意形状の導体素子が2次元的に配列された金属格子による散乱問題に対して、スペクトル領域ガレルキン法による解析手法を提案する<sup>(28-30)</sup>。まず、誘電体表面からの反射波、透過波をグリーン関数を用いて統一的に扱うために、誘電体表面に等価電磁流源を考え、これらの源が境界の両側に電磁界を放射しているものとする。次に、2次元形状の導体素子を板状小区間に分割し、金属表面に誘起される電流分布を区分的正弦波 (PieceWise Sinusoidal : PWS) 関数の重ね合わせで表現する。直線偏波と円偏波による散乱特性の数値計算によって、本解法が任意形状の素子

に適用可能であることを示す．

第 3 章では，誘電体基板上の格子による散乱問題に関する解析手法を定式化する．開口部を有する格子については，開口面に誘起される磁流分布を未知とした磁界型積分方程式にスペクトル領域ガレルキン法を適用する手法を提案する<sup>(31-33)</sup>．本手法は開口部を有する格子が誘電体上にある構造にも適用でき，厳密な解析が可能である．また，開口部の磁流分布に着目しているため，導体部分の形状が複雑かつ面積が大きい場合にも，少ない展開項数で解析でき，従来の導体電流に着目した解析法よりも高速な計算を実現できる．開口部を有する格子と補対な形状の導体からなる金属格子の散乱特性と比較し，補対性を検討する．

第 4 章では，金属格子の厚さを無視し，表面インピーダンス境界を導入できる格子の厚さについて検討する<sup>(34-36)</sup>．金属格子を複素誘電率と厚さをもつ誘電体格子として扱い，フーリエ級数展開法と行列固有値を用いた手法を導入する．厚さを無視した平板格子の解析手法として，グリーン関数を用いない数値解に基づくスペクトル領域ガレルキン法を用いる．なお，数値計算の容易さのため，同条件同設定のもと，1次元格子について定式化を行う．金属格子が抵抗分のみ有する抵抗格子の場合とリアクタンス分のみ有するリアクタンス格子の場合に分けて数値計算を行い，誘電体格子と平板格子の計算結果の比較<sup>(37)</sup>から，面電流展開と表面インピーダンス境界条件を導入できる格子の厚さの限界を検討する．

第 5 章では，厚さが変化する金属格子の散乱問題に対して，厚さを無視したインピーダンス平板格子の計算法を用いて解析できる可能性を検討する<sup>(38-42)</sup>．厚さが変化する金属格子を表面レリーフ形誘電体格子として扱い，これを厚さが変化しない方形格子の積み重ねで階段状に近似し，第 4 章の計算法を拡張して散乱特性を計算する．また，厚さを無視した平板格子について，表面インピーダンス境界条件を境界面に平行な位置の関数として定式化し，スペクトル領域ガレルキン法を用いて解析する．これらの解析結果の比較から，金属格子の厚さを無視して解析できる限界を明らかにする．さらに，極めて薄い金属格子について，格子形状による散乱特性の違いを検討する．

第 6 章では，本研究を通して得られた主要な結果を総括すると共に，金属格子の解析の問題点および，今後検討する必要がある研究課題の展望について述べる．



## 第 2 章

# 2次元形状素子からなる金属格子の解析

### 2.1 まえがき

金属格子は入射電磁波に対して、周波数選択性、偏波面弁別性など興味深い特性を示すため、電波から光波領域の広い分野で空間フィルタとして利用されている。特に、2次元形状の金属導体を2方向に周期的、平面的に多数配置した金属格子は、同一のアンテナで多周波同時通信を行う周波数選択板 (Frequency Selective Screen ; FSS) として実用化されている。衛星通信における周波数の有効利用や電波天文観測では、円偏波用素子からなる周波数選択板が重要である。また、表面に強い静磁界が存在する太陽電波の観測では、円偏波特性に優れていることが求められる<sup>(1)</sup>。

無限周期金属格子による電磁波の散乱問題は、これら空間フィルタの設計に重要であり<sup>(3,4)</sup>、種々の解析例が報告されている<sup>(6,7,10-12)</sup>。その多くは、金属格子表面と境界面における磁界成分の差、すなわち電流分布を求める計算法であり、1次元形状に対する解析<sup>(9,36,42)</sup>だけでなく、最近では、計算機の処理能力の発展に伴い、2次元形状の導体素子からなる金属格子に対する解析も報告されるようになってきた。しかしながら、その多くは、電流展開関数として全領域関数やステップ関数を用いているために<sup>(6,11,12)</sup>、その解析は単純な形状の素子に限られている。全領域関数については、パッチやストリップなどの矩形形状の素子に対する解析に限られ、ステップ関数については、クロスダイポールなどの複雑な形状の素子の解析が困難である。また、実際に用いられている金属導体として、その厚さが極めて薄い場合や金属導体の代わりに導電材料が用いられる場合があり<sup>(14)</sup>、抵抗損失を考慮する必要がある。従って、任意形状や不完全導体の素子に

適用できる金属格子に対する汎用的な解析手法の確立が強く求められている。

本章では、半無限誘電体表面に配列された 2 次元金属格子による電磁波散乱について、任意形状の素子に適用できるスペクトル領域ガレルキン法による解析手法を提案する。まず、散乱界を導体からの散乱界および誘電体からの反射波、透過波の和で表し、誘電体表面における入射波の電磁界を等価電磁流源で置き換えて、グリーン関数により統一的に取り扱う。次に、天野らが曲線状アンテナの解析で用いた起電力法<sup>(43)</sup>を拡張して、任意形状の導体素子上に誘起される面電流分布を区分的正弦波 (PieceWise Sinusoidal : PWS) 関数の重ね合わせで表す。付録 B に示すように、区分的正弦波関数の利点として、数少ない展開項数で安定した解が求められること、導体の抵抗を精度良く表現できることなどが挙げられる。本手法は素子の形状に対する汎用性と誘電体や導体抵抗の効果を評価できることが特徴であり、円偏波に用いる素子等の複雑な形状の素子の解析に有効である。

数値計算により、導体の抵抗が反射特性に及ぼす影響や導体の形状による特性の変化を明らかにし、直線偏波と円偏波のそれぞれの入射波に対する散乱特性の変化を検討する。これらの特性を知ることは空間フィルタの設計資料の一つとして極めて有用である。

## 2.2 解析モデルと座標系

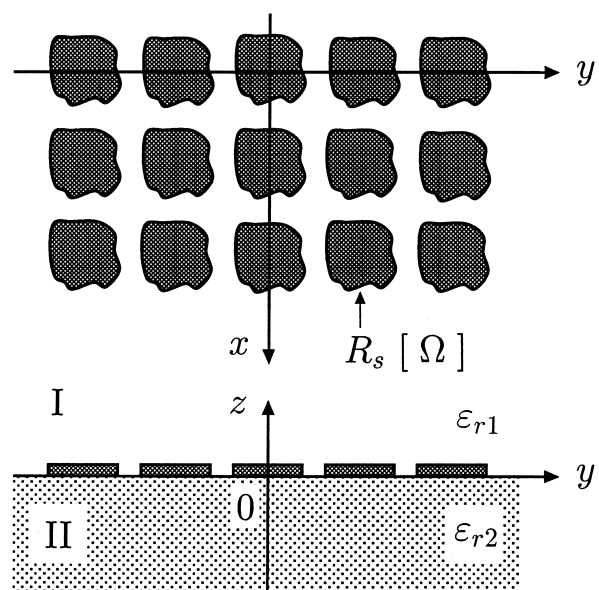
図 2.1 に示すように、2 つの半無限媒質の境界面に置かれた任意形状導体からなる金属格子を考える。ここで、領域 I ( $z \geq 0$ )、II ( $z \leq 0$ ) の比誘電率をそれぞれ  $\varepsilon_{r1}$ 、 $\varepsilon_{r2}$  とする。 $x$ 、 $y$  方向の周期をそれぞれ  $\Lambda_x$ 、 $\Lambda_y$ 、導体の表面抵抗を  $R_s$  とし、その厚さは無視できるものとする。

この無限周期金属格子が球座標の  $(\theta_i, \phi_i)$  方向からの平面電磁波で照射されているものとする、入射電磁界は時間因子を  $\exp(j\omega t)$  としたとき、

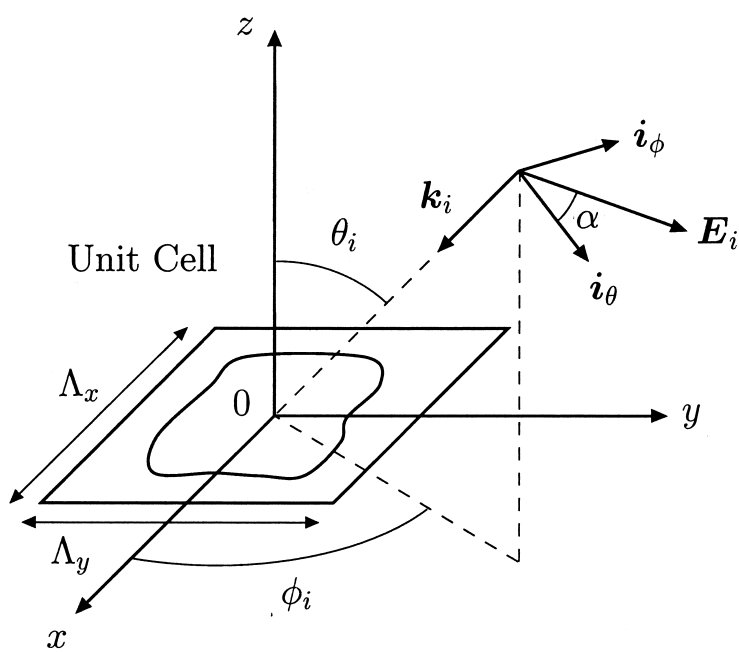
$$\mathbf{E}_i(x, y, z) = \mathbf{E}_{i0} \exp(-j \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}) \quad (2.1)$$

$$\mathbf{H}_i(x, y, z) = \mathbf{H}_{i0} \exp(-j \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}) \quad (2.2)$$

$$\mathbf{H}_{i0} = \frac{\mathbf{k}_i}{\omega \mu_0} \times \mathbf{E}_{i0} \quad (2.3)$$



(a) 2次元金属格子



(b) 入射波

図 2.1 金属格子による散乱問題.

で表される．ここで， $\mathbf{r}$  と  $\mathbf{k}_i$  はそれぞれ位置ベクトルおよび平面波の進行方向を示す波数ベクトルで， $(x, y, z)$  方向の単位ベクトル  $(\mathbf{i}_x, \mathbf{i}_y, \mathbf{i}_z)$  を用いて

$$\mathbf{r} = x \mathbf{i}_x + y \mathbf{i}_y + z \mathbf{i}_z \quad (2.4)$$

$$\mathbf{k}_i = k_{ix} \mathbf{i}_x + k_{iy} \mathbf{i}_y - \gamma_i \mathbf{i}_z \quad (2.5)$$

で与えられる．但し，

$$k_{ix} = -k_1 \sin \theta_i \cos \phi_i \quad (2.6)$$

$$k_{iy} = -k_1 \sin \theta_i \sin \phi_i \quad (2.7)$$

$$\gamma_i = \sqrt{k_i^2 - k_{ix}^2 - k_{iy}^2} \quad (2.8)$$

$$k_1 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \mu_0}, \quad k_2 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2} \mu_0} \quad (2.9)$$

である． $\mathbf{E}_{i0}$  は， $\mathbf{k}_i$  に垂直な入射波の振幅ベクトルで， $\theta_i$ ， $\phi_i$  方向の単位ベクトル

$$\mathbf{i}_\theta = \cos \theta_i \cos \phi_i \mathbf{i}_x + \cos \theta_i \sin \phi_i \mathbf{i}_y - \sin \theta_i \mathbf{i}_z \quad (2.10)$$

$$\mathbf{i}_\phi = -\sin \phi_i \mathbf{i}_x + \cos \phi_i \mathbf{i}_y \quad (2.11)$$

を用いて次式のように表される．

$$\mathbf{E}_{i0} = E_{i\theta} \mathbf{i}_\theta + E_{i\phi} \mathbf{i}_\phi \quad (2.12)$$

なお，入射波が直線偏波の場合，図 2.1 に示すように単位ベクトル  $\mathbf{i}_\theta$ ， $\mathbf{i}_\phi$  を含む面，すなわち波の進行方向  $\mathbf{k}_i$  に垂直な面内において  $\mathbf{i}_\theta$  から  $\mathbf{i}_\phi$  方向に計った電界の偏波角を  $\alpha$  としたとき，

$$E_{i\theta} = \cos \alpha, \quad E_{i\phi} = \sin \alpha \quad (2.13)$$

が満たされる．また，円偏波の場合は

$$E_{i\theta} = 1, \quad E_{i\phi} = \pm j \quad (2.14)$$

とおけばよい．

入射波  $\mathbf{E}_i$  によって導体上に面電流  $\mathbf{J}_c$  が誘起され，この  $\mathbf{J}_c$  からの再放射および誘電体からの散乱によって境界面の両側に電磁界が生じる．入射波によって導体上に生じ

る面電流は，スネルの法則により入射波の式 (2.1)，(2.2) の  $x, y$  方向の位相に比例し，さらに構造が周期的であることから，フロッケのモードに対応する空間高調波により，

$$\mathbf{J}_c(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{j}_{mn} \exp \{-j(k_{xm}x + k_{yn}y)\} \quad (2.15)$$

のように展開できる．ここで，

$$k_{xm} = \frac{2\pi m}{\Lambda_x} + k_{ix} \quad (2.16)$$

$$k_{yn} = \frac{2\pi n}{\Lambda_y} + k_{iy} \quad (2.17)$$

であり，展開係数  $\mathbf{j}_{mn}$  は式 (2.15) の両辺に

$$\exp \{j(k_{xm}x + k_{yn}y)\} \quad (2.18)$$

を乗じて，ユニットセル上で積分すれば，1つのユニットセル内だけで定義された導体上の面電流分布  $\mathbf{J}_{c0}(x, y)$  のフーリエ変換  $\tilde{\mathbf{J}}_{c0}(k_{xm}, k_{yn})$  を用いて

$$\mathbf{j}_{mn} = \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \tilde{\mathbf{J}}_{c0}(k_{xm}, k_{yn}) \quad (2.19)$$

と表すことができる．従って，導体上の面電流分布は次式のように表される．

$$\mathbf{J}_c(x, y) = \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{J}}_{c0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp \{-j(k_{xm}x + k_{yn}y)\} \quad (2.20)$$

なお，本章では，フーリエ変換対を

$$\tilde{f}(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp \{j(k_x x + k_y y)\} dx dy \quad (2.21)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(k_x, k_y) \exp \{-j(k_x x + k_y y)\} dk_x dk_y \quad (2.22)$$

のように定義しており，以下では，記号  $\sim$  はフーリエ変換されたスペクトル領域での量を表す．

## 2.3 散乱界

入射波  $(\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i)$  によって導体上に誘起された面電流を  $\mathbf{J}_c$  , 導体および誘電体表面からの散乱によって境界面の両側に生じた電磁界を  $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$  ,  $(\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2)$  とする . これらの諸量の間には次式の境界条件が成立する .

$$(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_i)_{\text{tan}} = R_s \mathbf{J}_c \quad (\text{導体上}) \quad (2.23)$$

$$(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_i - \mathbf{E}_2) \times \mathbf{i}_z = 0 \quad (\text{誘電体上}) \quad (2.24)$$

$$\mathbf{i}_z \times (\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_i - \mathbf{H}_2) = \begin{cases} \mathbf{J}_c & (\text{導体上}) \\ 0 & (\text{誘電体上}) \end{cases} \quad (2.25)$$

散乱界は導体からの散乱界および誘電体表面からの反射波 , 透過波の和によって表される . このうち , 誘電体表面からの反射波 , 透過波については , 誘電体表面における入射波の電磁界を等価電流  $\mathbf{J}_i$  および等価磁流  $\mathbf{M}_i$

$$\mathbf{J}_i(x, y) = \mathbf{H}_i(x, y, 0) \times \mathbf{i}_z = \mathbf{J}_{i0} \exp(-j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}) \quad (2.26)$$

$$\mathbf{M}_i(x, y) = \mathbf{i}_z \times \mathbf{E}_i(x, y, 0) = \mathbf{M}_{i0} \exp(-j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}) \quad (2.27)$$

で置き換えて , これらが境界の両側に電磁界を放射しているとみなすことにより , それぞれの源に対するグリーン関数  $G_{1(2)}$  ,  $L_{1(2)}$  によって統一的に表現できる .

図 2.1 の構造において , 2 つの誘電率の異なる媒質が  $z = 0$  の境界面で接していることから , 電磁界は TM , TE モードの重ね合わせで表され , グリーン関数は閉じた形で表現できずスペクトル領域での積分によって取り扱われる .  $z = 0$  におかれた電流  $\mathbf{J}$  および磁流  $\mathbf{M}$  によって境界面の両側に生じる電界  $\mathbf{E}_1$  ,  $\mathbf{E}_2$  はフーリエ積分形により ,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(x, y, z) = & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \{ \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_x, k_y) \cdot \widetilde{\mathbf{J}}(k_x, k_y) + \widetilde{\mathbf{L}}_1(k_x, k_y) \cdot \widetilde{\mathbf{M}}(k_x, k_y) \} \\ & \cdot \exp\{-j(k_x x + k_y y + \gamma_1 z)\} \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2(x, y, z) = & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \{ \widetilde{\mathbf{G}}_2(k_x, k_y) \cdot \widetilde{\mathbf{J}}(k_x, k_y) + \widetilde{\mathbf{L}}_2(k_x, k_y) \cdot \widetilde{\mathbf{M}}(k_x, k_y) \} \\ & \cdot \exp\{-j(k_x x + k_y y + \gamma_1 z)\} \end{aligned} \quad (2.29)$$

のように与えられる．ここで，

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_i + \mathbf{J}_c, \quad \mathbf{M} = \mathbf{M}_i \quad (2.30)$$

であり， $\widetilde{\mathbf{G}}_{1(2)}$  は電流， $\widetilde{\mathbf{L}}_{1(2)}$  は磁流に対するダイアディックグリーン関数である．グリーン関数は境界条件を満足するようにスカラー関数の係数を決定して求める方法<sup>(44)</sup>や伊藤らによるイミタンス法<sup>(45)</sup>で求められる（付録 A.2 参照）．式 (2.21) を式 (2.20)，(2.26)，(2.27) に適用してフーリエ変換すると，電磁流源は，

$$\widetilde{\mathbf{J}}_c(k_x, k_y) = \frac{4\pi^2}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{\mathbf{J}}_{c0}(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \delta(k_x - k_{xm}) \delta(k_y - k_{yn}) \quad (2.31)$$

$$\widetilde{\mathbf{J}}_i(k_x, k_y) = \mathbf{J}_{i0} 4\pi^2 \delta(k_x - k_{ix}) \delta(k_y - k_{iy}) \quad (2.32)$$

$$\widetilde{\mathbf{M}}_i(k_x, k_y) = \mathbf{M}_{i0} 4\pi^2 \delta(k_x - k_{ix}) \delta(k_y - k_{iy}) \quad (2.33)$$

となる．グリーン関数を用いると，領域 I，II の電界は，

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(x, y, z) = & \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \widetilde{\mathbf{J}}_{c0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp(-j\mathbf{k}_{1mn} \cdot \mathbf{r}) \right\} \\ & + \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{J}_{i0} + \widetilde{\mathbf{L}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{M}_{i0} \right\} \exp(-j\mathbf{k}_{1i} \cdot \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2(x, y, z) = & \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_2(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \widetilde{\mathbf{J}}_{c0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp(-j\mathbf{k}_{2mn} \cdot \mathbf{r}) \right\} \\ & + \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_2(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{J}_{i0} + \widetilde{\mathbf{L}}_2(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{M}_{i0} \right\} \exp(-j\mathbf{k}_{2i} \cdot \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (2.35)$$

のように表される．ここで， $\mathbf{k}_{1(2)i}$ ， $\mathbf{k}_{1(2)mn}$  はそれぞれ入射波およびフロッケの第  $(m, n)$  次モードに対する各領域での波数ベクトルである．

## 2.4 スペクトル領域ガレルキン法の適用

### 2.4.1 ガレルキン法

ガレルキン法を適用すれば，導体上に誘起される電流分布を求めることができる．散乱体の導体がパッチの場合は直交する 2 方向<sup>(10 46 47)</sup>に，ストリップの場合は軸と直角方向<sup>(48)</sup>にそれぞれ分割することにより，いずれも板状小区間の集合と考える．隣接する 2 つの小区間の両端で 0，中央で 1 と規格化された区分的正弦波関数  $J_p(x, y)$  が分布するものと考え，導体上の面電流分布  $J_{c0}(x, y)$  を未知展開係数  $I_p$  として

$$J_{c0}(x, y) = \sum_{p=1}^K I_p J_p(x, y) \quad (2.36)$$

のように展開する．式 (2.21) を適用して，次式のようにフーリエ変換を行う．

$$\tilde{J}_{c0}(k_x, k_y) = \sum_{p=1}^K I_p \tilde{J}_p(k_x, k_y) \quad (2.37)$$

上式を式 (2.34) に代入して，さらにその結果を式 (2.23) に適用すれば，

$$\begin{aligned} & \sum_{p=1}^K I_p \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_m(k_{xm}, k_{yn}) \right. \\ & \quad \left. - R_s \tilde{\mathbf{J}}_n(k_{xm}, k_{yn}) \right\} \exp \{ -j(k_{xm}x + k_{yn}y) \} \\ & = - \left\{ \mathbf{E}_{i0} + \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{J}_{i0} + \widetilde{\mathbf{L}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{M}_{i0} \right\} \end{aligned} \quad (2.38)$$

となる．さらに，この式にガレルキン法を適用する．重み関数として  $J_q(x, y)$  を両辺に乘じ，ユニットセル ( $uc$ ) 上で積分すると次式を得る．

$$\begin{aligned} & \sum_{p=1}^K I_p \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[ \iint_{uc} \mathbf{J}_q(x, y) \exp \{ -j(k_{xm}x + k_{yn}y) \} dx dy \right] \\ & \quad \cdot \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_m(k_{xm}, k_{yn}) - R_s \tilde{\mathbf{J}}_p(k_{xm}, k_{yn}) \right\} \\ & = - \left[ \iint_{uc} \mathbf{J}_q(x, y) \exp \{ -j(k_{ix}x + k_{iy}y) \} dx dy \right] \\ & \quad \cdot \left\{ \mathbf{E}_{i0} + \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{J}_{i0} + \widetilde{\mathbf{L}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{M}_{i0} \right\} \end{aligned} \quad (2.39)$$



上式を整理すると，次式の代数方程式を得る．

$$\sum_{p=1}^K Z_{pq} I_p = V_q \quad (q = 1, 2, \dots, K) \quad (2.40)$$

$$Z_{pq} = \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{\mathbf{J}}_q^*(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{xm}, k_{yn}) - R_s \bar{\mathbf{I}} \right\} \cdot \tilde{\mathbf{J}}_p(k_{xm}, k_{yn}) \quad (2.41)$$

$$V_q = -\tilde{\mathbf{J}}_q^*(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \left\{ \mathbf{E}_{i0} + \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_{i0} + \widetilde{\mathbf{L}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \widetilde{\mathbf{M}}_{i0} \right\} \quad (2.42)$$

上式において  $\bar{\mathbf{I}}$  は単位ダイアド，また，記号  $*$  は複素共役を示す．式 (2.42) の  $\{ \}$  内第 1 項は，誘電体境界がない場合の入射平面波，第 2, 3 項は誘電体表面による反射平面波の電界を表す．式 (2.40) を未知展開係数  $I_p$  について解くと，面電流分布は式 (2.36) より決定される．なお，数値計算においては，式 (2.41) の  $m, n$  に関する 2 重無限級数は有限項で打ち切る．計算例では，収束性と計算時間の関係から打ち切り次数はそれぞれ  $\pm 20$  とした．

### 2.4.2 電流展開関数

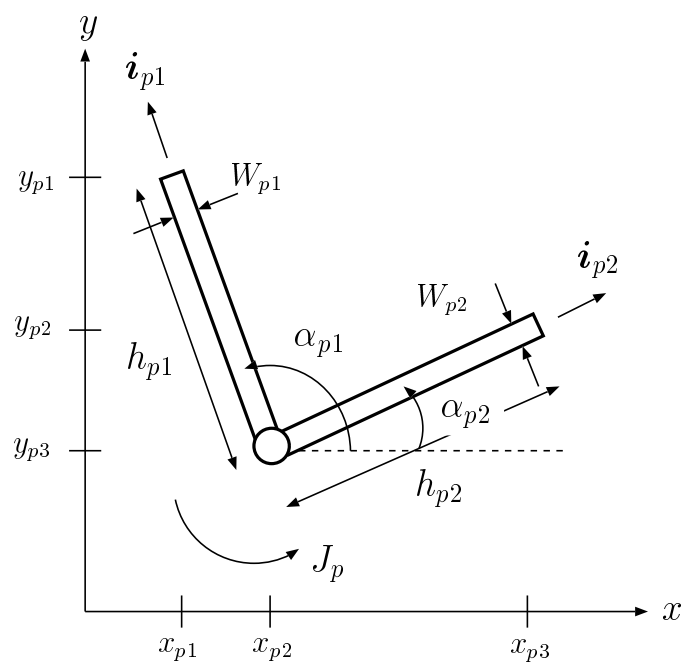
式 (2.36) で用いた既知の展開関数  $\mathbf{J}_p$  は図 2.2 のような，隣り合う 2 つの板状小区間からなる第  $p$  番目の V 字形小区間の面電流分布を示す．同図 (b) のように各板状小区間に沿う方向を基準に， $(s, t)$  座標系を設定すると展開関数  $\mathbf{J}_p$  は，

$$\mathbf{J}_p(x, y) = -i_{p1} J_{p1}(s, t) + i_{p2} J_{p2}(s, t) \quad (2.43)$$

$$J_{p1} = \begin{cases} \frac{\sin k_e(h_{p1} - s)}{\sin k_e h_{p1}} \cdot \frac{1}{W_{p1}} & (\text{板状小区間 } p_1 \text{ 上}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases} \quad (2.44)$$

$$J_{p2} = \begin{cases} \frac{\sin k_e(h_{p2} - s)}{\sin k_e h_{p1}} \cdot \frac{1}{W_{p2}} & (\text{板状小区間 } p_2 \text{ 上}) \\ 0 & (\text{それ以外}) \end{cases} \quad (2.45)$$

である．但し， $h_{p1}, h_{p2}$  は



(a) 隣り合う板状小区間

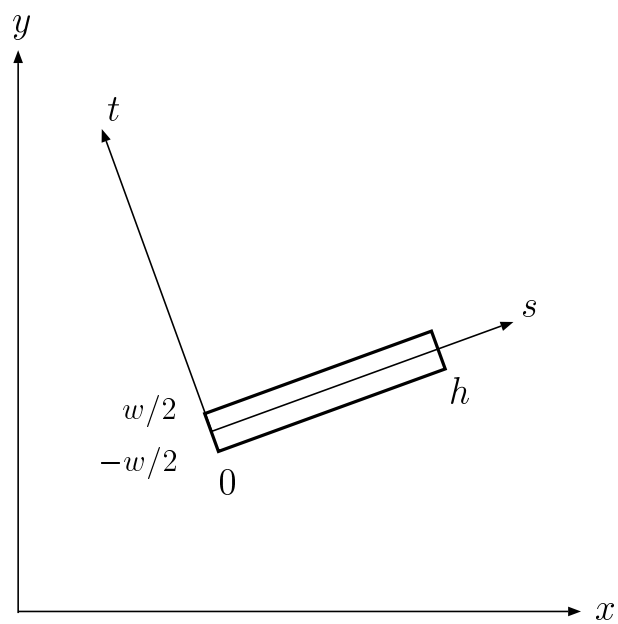
(b)  $(s, t)$  座標系

図 2.2 区分的正弦波関数による面電流展開.

$$h_{p1} = \sqrt{(x_{p1} - x_{p2})^2 + (y_{p1} - y_{p2})^2} \quad (2.46)$$

$$h_{p2} = \sqrt{(x_{p2} - x_{p3})^2 + (y_{p2} - y_{p3})^2} \quad (2.47)$$

のように表される．ここで，区分的正弦波関数のフーリエ変換形を用いると，次式のよう  
に閉じた形で容易に求められる．

$$\begin{aligned} \tilde{J}_p = & \exp \{j(k_x x_{p2} + k_y y_{p2})\} \\ & \cdot \left\{ \mathbf{i}_x \left( -\cos \alpha_{p1} \tilde{J}_{p1}(k_x, k_y) + \cos \alpha_{p2} \tilde{J}_{p2}(k_x, k_y) \right) \right. \\ & \left. + \mathbf{i}_y \left( -\sin \alpha_{p1} \tilde{J}_{p1}(k_x, k_y) + \sin \alpha_{p2} \tilde{J}_{p2}(k_x, k_y) \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{J}_{p1}(k_{s1}, k_{t1}) \\ = & \frac{k_e \cos k_e h_{p1} + j k_{s1} \sin k_e h_{p1} - k_e \exp(j k_{s1} h_{p1})}{k_{s1}^2 - k_e^2} \cdot \frac{\sin \left( \frac{k_{t1} W_{p1}}{2} \right)}{\frac{k_{t1} W_{p1}}{2}} \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} & \tilde{J}_{p2}(k_{s1}, k_{t1}) \\ = & \frac{k_e \cos k_e h_{p2} + j k_{s2} \sin k_e h_{p2} - k_e \exp(j k_{s2} h_{p2})}{k_{s2}^2 - k_e^2} \cdot \frac{\sin \left( \frac{k_{t2} W_{p2}}{2} \right)}{\frac{k_{t2} W_{p2}}{2}} \end{aligned} \quad (2.50)$$

なお，面電流の展開項数  $K$  は導体の分割数によって決まる．分割された板状小区間の幅  
および長さが実効波長の  $1/4$  以下および  $1/6$  以下になるように選んだ<sup>(49)</sup>．

## 2.5 散乱特性

領域 I, II の散乱電磁界は式 (2.31) ~ (2.33) を式 (2.34), (2.35) に代入することによ  
り求めることができる．これらを用いて， $z = 0$  の面を  $z$  の正方向に通過する複素ポイ  
ンティングベクトルを求め，ユニットセル上で積分する． $P_{in}$ ,  $P_r$ ,  $P_t$ ,  $P_{Joule}$  をそれぞれ  
入射，反射，透過および損失電力とすると，次式のように表される．

$$P_{in} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_{uc} \mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_i^* \cdot (-\mathbf{i}_z) dS \quad (2.51)$$

$$P_r = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_{uc} \mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_1^* \cdot \mathbf{i}_z dS \quad (2.52)$$

$$P_t = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_{uc} \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_2^* \cdot (-\mathbf{i}_z) dS \quad (2.53)$$

$$P_{Joule} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_{uc} R_s \mathbf{J}_c \cdot \mathbf{J}_c^* dS \quad (2.54)$$

これらを用いて，反射率  $R_p$ ，透過率  $T_p$  は

$$R_p = \frac{P_r}{P_{in}} \quad (2.55)$$

$$T_p = \frac{P_t}{P_{in}} \quad (2.56)$$

のように定義される．

観測点を原点から  $(\theta, \phi)$  方向に選び，その方向に向かう波の軸比を考える．まず領域 I, II の電界を，それぞれ  $\theta, \phi$  成分で表し，次式に右旋成分  $(E_{1r}, E_{2r})$ ，左旋成分  $(E_{1l}, E_{2l})$  に分解する．

$$E_{1r} = E_{1\theta} + jE_{1\phi} \quad (2.57)$$

$$E_{2r} = E_{1\theta} + jE_{1\phi} \quad (2.58)$$

$$E_{1l} = E_{2\theta} - jE_{2\phi} \quad (2.59)$$

$$E_{2l} = E_{2\theta} - jE_{2\phi} \quad (2.60)$$

これより，観測角方向での軸比は

$$AR_1 = \frac{|E_{1r}| + |E_{1l}|}{|E_{1r}| - |E_{1l}|} \quad (2.61)$$

$$AR_2 = \frac{|E_{2r}| + |E_{2l}|}{|E_{2r}| - |E_{2l}|} \quad (2.62)$$

となり， $AR_{1(2)} > 0$  なら右旋， $AR_{1(2)} < 0$  なら左旋の楕円偏波の軸比を与えることになる．

## 2.6 数値計算例

本章では，無限周期格子における散乱電磁界を，境界面上の金属導体電流および等価電磁流からの再放射として，グリーン関数により統一的に取り扱う．これらの放射は，導体あるいは誘電体を取り除くことにより個別に評価することができる．

まず，領域 I，II の境界に導体がない場合について，入射波の電界が入射面に平行 (TM 波) および垂直 (TE 波) な平面波による電界に対する反射係数および透過係数を本手法を用いて求める．反射および透過電界はグリーン関数 (A.18) ～ (A.33) を用いて次式のように与えられる．

$$\mathbf{E}_1(x, y, 0) = \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{J}_{i0} + \widetilde{\mathbf{L}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{M}_{i0} \quad (2.63)$$

$$\mathbf{E}_2(x, y, 0) = \widetilde{\mathbf{G}}_2(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{J}_{i0} + \widetilde{\mathbf{L}}_2(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{M}_{i0} \quad (2.64)$$

TM 波は式 (2.12) において  $\alpha = 0^\circ$ ， $\phi_i = 0^\circ$  で与えられる．このとき，存在する電磁流源の成分は  $J_{i0x}$ ， $M_{i0y}$  であり，反射および透過電界は，式 (2.63)，(2.64) より，次式で表される．

$$\mathbf{E}_1(x, y, 0) = \mathbf{i}_x \widetilde{G}_{1xx} J_{i0x} + \mathbf{i}_z \widetilde{G}_{1zx} J_{i0x} + \mathbf{i}_x \widetilde{L}_{1xy} M_{i0y} + \mathbf{i}_z \widetilde{L}_{1zy} M_{i0y} \quad (2.65)$$

$$\mathbf{E}_2(x, y, 0) = \mathbf{i}_x \widetilde{G}_{2xx} J_{i0x} + \mathbf{i}_z \widetilde{G}_{2zx} J_{i0x} + \mathbf{i}_x \widetilde{L}_{2xy} M_{i0y} + \mathbf{i}_z \widetilde{L}_{2zy} M_{i0y} \quad (2.66)$$

電界に対する反射係数および透過係数は，各領域の屈折率  $n_1 = \sqrt{\varepsilon_{r1}}$ ， $n_2 = \sqrt{\varepsilon_{r2}}$  を用いて，

$$r = \frac{E_1}{E_i} = \frac{n_2 \cos \theta_i - (n_1/n_2) \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{n_2 \cos \theta_i + (n_2/n_1) \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}} \quad (2.67)$$

$$t = \frac{E_1}{E_i} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + (n_2/n_1) \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}} \quad (2.68)$$

となる．また，TE 波は式 (2.12) において， $\alpha = 90^\circ$ ， $\phi_i = 0^\circ$  で与えられ，電磁流は  $J_{i0y}$ ， $M_{i0x}$  の成分が存在する．同様に電界に対する反射係数および透過係数は式 (2.63)，(2.64) を用いて，次式のように表される．

$$r = \frac{E_1}{E_i} = \frac{n_1 \cos \theta_i - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{n_1 \cos \theta_i + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}} \quad (2.69)$$

$$t = \frac{E_1}{E_i} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}} \quad (2.70)$$

上式は境界条件から直接導出される文献 (50) の式と一致することがわかる．このことから，等価電磁流源に対するグリーン関数が誘電体の効果を正しく表現していることがわかる．

次に，誘電体を取り除いた自由空間中（フリースタンディング）の無限個導体について検討する．正方形パッチを考え，寸法を長さ 10 mm，周期を  $\Lambda_x = \Lambda_y = 20$  mm，周波数を 13.8 GHz，TM 波の入射角  $\theta_i = \phi_i = 1^\circ$  のときの表面抵抗  $R_s$  に対する反射，透過および損失の電力の配分割合の変化を文献 (10) の結果と比較して図 2.3 に示す．これらの結果は抵抗値の広い範囲にわたって良く一致しており，本手法の精度と妥当性が確認できた．なお，図 2.3 および以下に示す計算例において，エネルギーの保存則に対する誤差 ( $|1 - (P_r + P_t + P_{Joule}) / P_{in}|$ ) は  $10^{-7}$  以下であることを確認した．

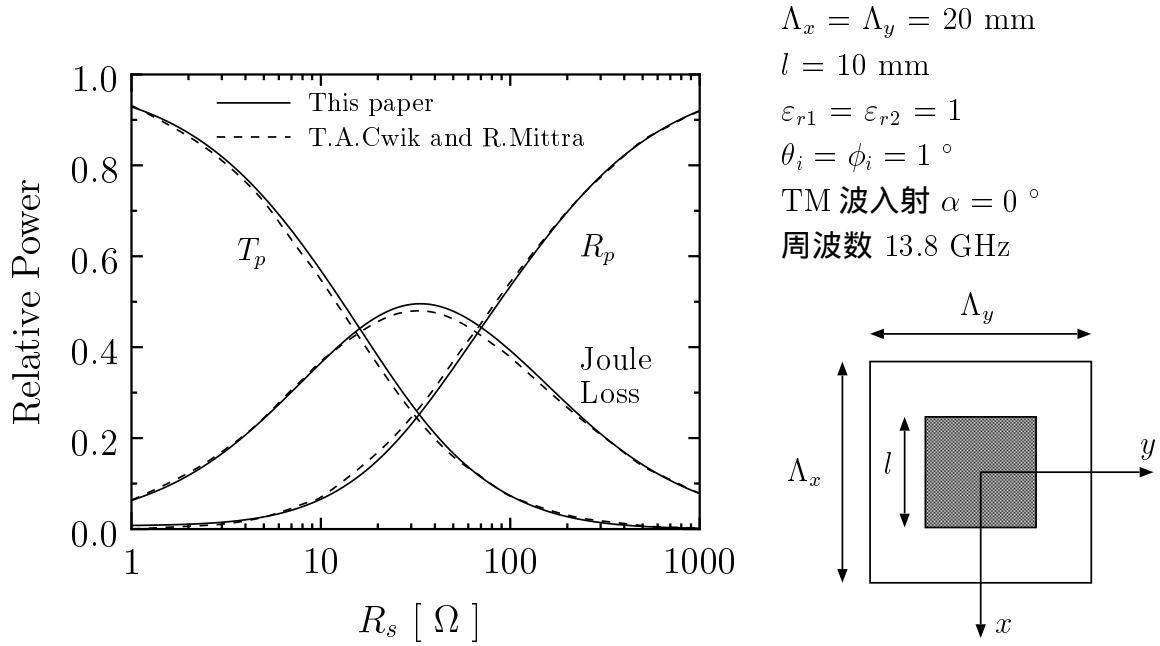


図 2.3 正方形パッチによる反射率，透過率および導体損の表面抵抗特性．

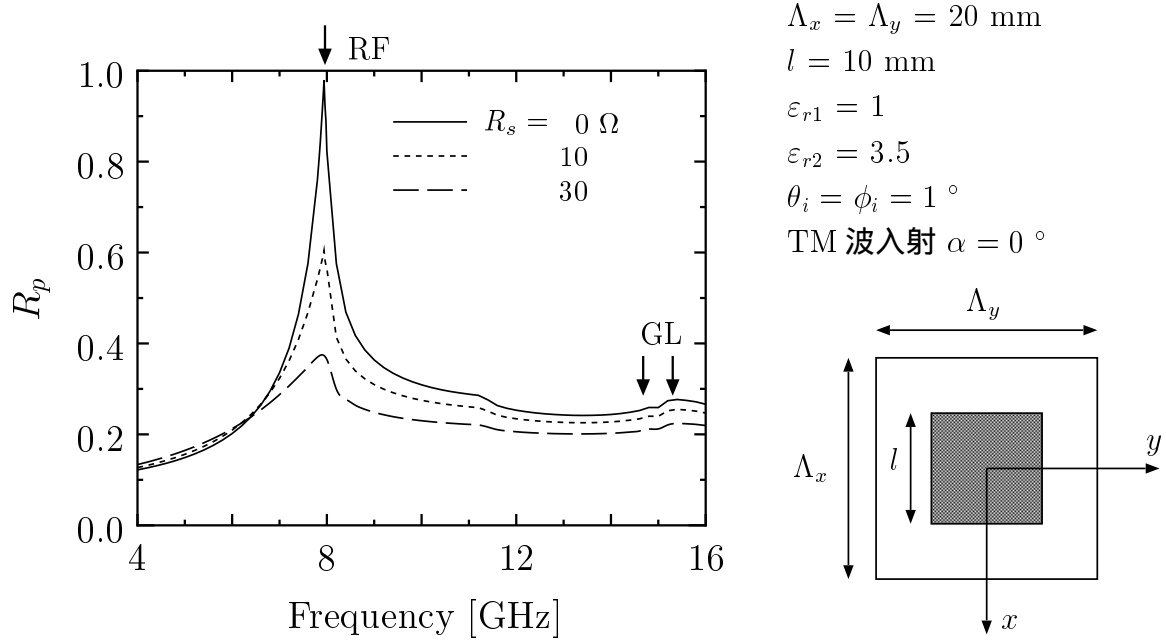


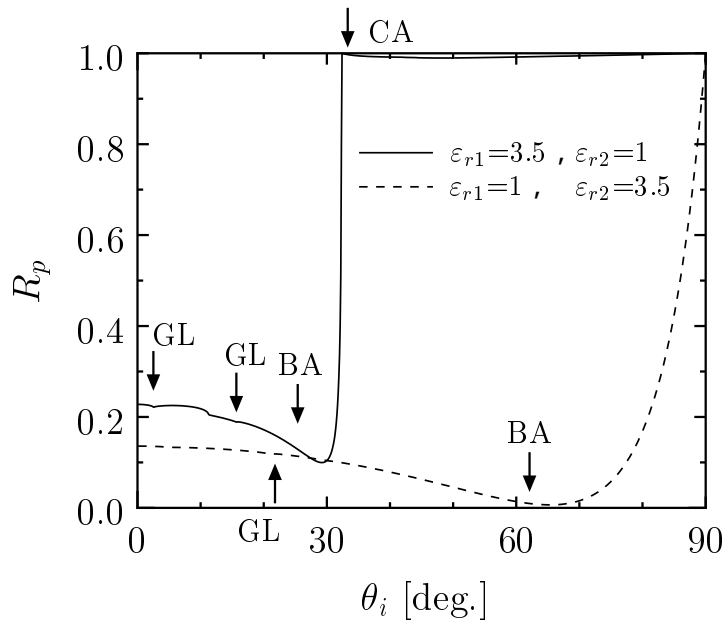
図 2.4 正方形パッチによる反射率の周波数特性.

誘電体と導体の組み合わせによる散乱特性を検討するために、 $\varepsilon_{r1} = 1$ 、 $\varepsilon_{r2} = 3.5$  なる 2 つの半無限媒質の境界に、同じ寸法と周期の正方形パッチが置かれた場合を考える。TM 波が  $\theta_i = \phi_i = 1^\circ$  方向から入射したときの種々の表面抵抗に対する反射率の周波数特性を図 2.4 に示す。導体の共振周波数 (図中 RF) が 7.9 GHz 付近に生じている。自由空間中の正方形パッチと比較すると、誘電体の効果により、ほぼ  $\sqrt{(\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2})/2}$  の波長短縮が生じていることがわかる。また、抵抗値が大きくなるにつれて反射率が小さくなり、特に共振周波数付近における影響が大きいことがわかる。式 (2.54) より抵抗による損失  $P_{Joule}$  は電流の 2 乗に比例するため、誘起電流が大きい共振点付近で導体損失が増加し、反射率が減少したものと考えられる。なお、周波数 14.8、15.2 GHz 付近には、周期構造に特有の  $z$  方向の伝搬定数が実数から虚数となるグレーティングローブの境界が生じている。

図 2.5 は、クロスダイポール (長さ 12.7 mm, 幅 1.27 mm,  $R_s = 0 \Omega$ ) からなる散乱体の誘電率を  $\varepsilon_{r1} = 3.5$ ,  $\varepsilon_{r2} = 1$  および  $\varepsilon_{r1} = 1$ ,  $\varepsilon_{r2} = 3.5$  としたときの周波数 11 GHz における反射率の入射角度特性を (a) TM 波 および (b) TE 波 の直線偏波について示したものである。図中の記号 CA は臨界角であり、この角度  $32.31^\circ$  以上では誘電体表面からの全反射に、導体からの散乱が重畳している様子がわかる。なお、図中にはブリュースタ角とグレーティングローブを記号 BA および GL で示している。

次に円偏波散乱特性について検討する。図 2.6 は、正方形パッチ (長さ 10 mm,  $R_s = 0 \Omega$ ) からなる散乱体に  $\theta_i = \phi_i = 1^\circ$  方向から右旋円偏波 (軸比  $AR = 1$ ) が入射した場合の散乱特性を、誘電率  $\varepsilon_{r1} = 1$ ,  $\varepsilon_{r2} = 3.5$  および  $\varepsilon_{r1} = 3.5$ ,  $\varepsilon_{r2} = 1$  について示したものである。同図 (a) は反射率の周波数特性であり、この図から、誘電体側から入射する場合の方が空気側から入射する場合よりも、広い周波数帯にわたり反射電力が大きいことがわかる。この場合の直接反射波 (フロッケの (0, 0) モード) の軸比の周波数特性を同図 (b) に示す。この図から、入射波と逆向きの円偏波 ( $AR = -1$ ) が周波数に無関係に反射すること、導体の共振点およびグレーティングローブの境界において、特性が劣化することがわかる。また、誘電体側から入射する場合の方が空気側から入射する場合よりも、これらの影響が大きいことがわかる。



(a) TM 波入射 ( $\alpha = 0^\circ$ )

$\Lambda_x = \Lambda_y = 20$  mm  
 $l = 12.7$  mm  
 $w = 1.27$  mm  
 $R_s = 0 \Omega$   
 $\phi_i = 1^\circ$   
 周波数 11 GHz

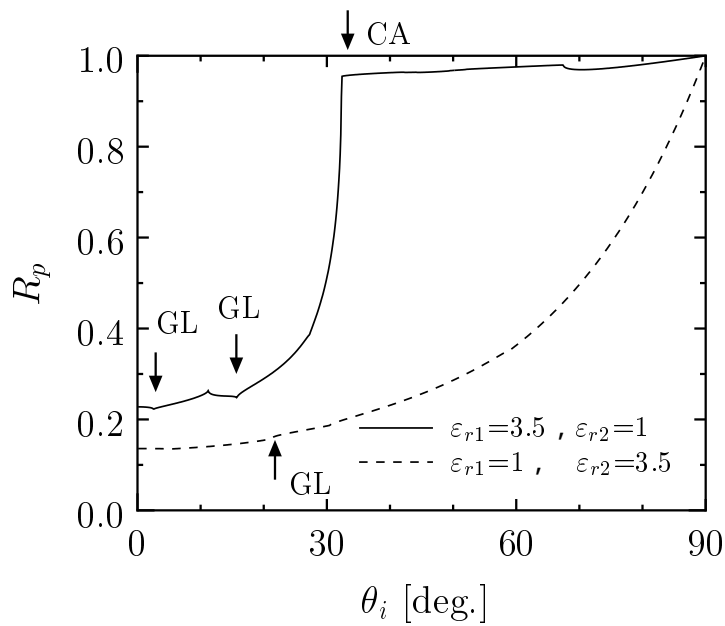
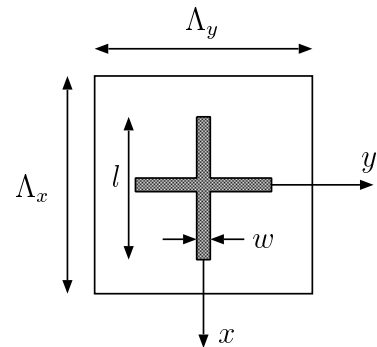
(b) TE 波入射 ( $\alpha = 90^\circ$ )

図 2.5 クロスダイポールによる反射率の入射角度特性.

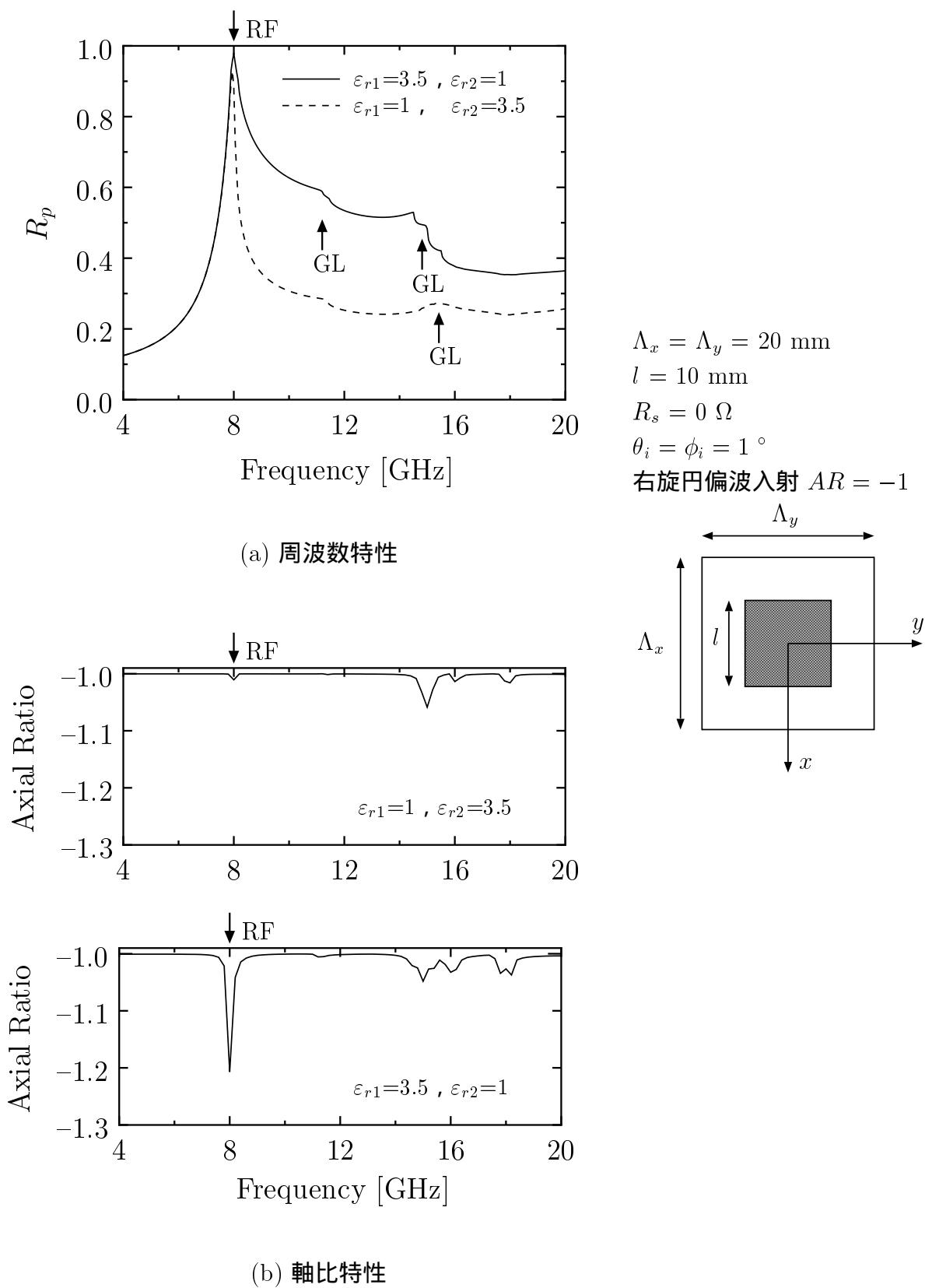


図 2.6 正方形パッチによる円偏波による散乱特性.

図 2.7 に，右旋円偏波入射に対する周期  $\Lambda_x = \Lambda_y = 20$  mm の正方形パッチ（長さ 10 mm），クロスダイポール（長さ 12.7 mm，幅 1.27 mm），円形ループ（半径 8 mm，幅 1.27 mm）の導体の形状による特性の比較を行う．同図から正方形パッチ，クロスダイポールは共振帯域が円形ループと比較すると狭いことがわかる．アンテナの場合と同様，金属格子においても，素子上に解放端をもつパッチ形やダイポール形より，素子が閉じているループ形の方が共振点付近での帯域は広いことがわかる．また，同図で共振点より高い周波数においては反射率が正方形パッチ，円形ループ，クロスダイポールの順に大きいことがわかる．これは導体の共振現象によるものではなく，散乱現象によるものであり，正方形パッチはその面積が大きいいため，導体からの反射が大きいものと考えられる．

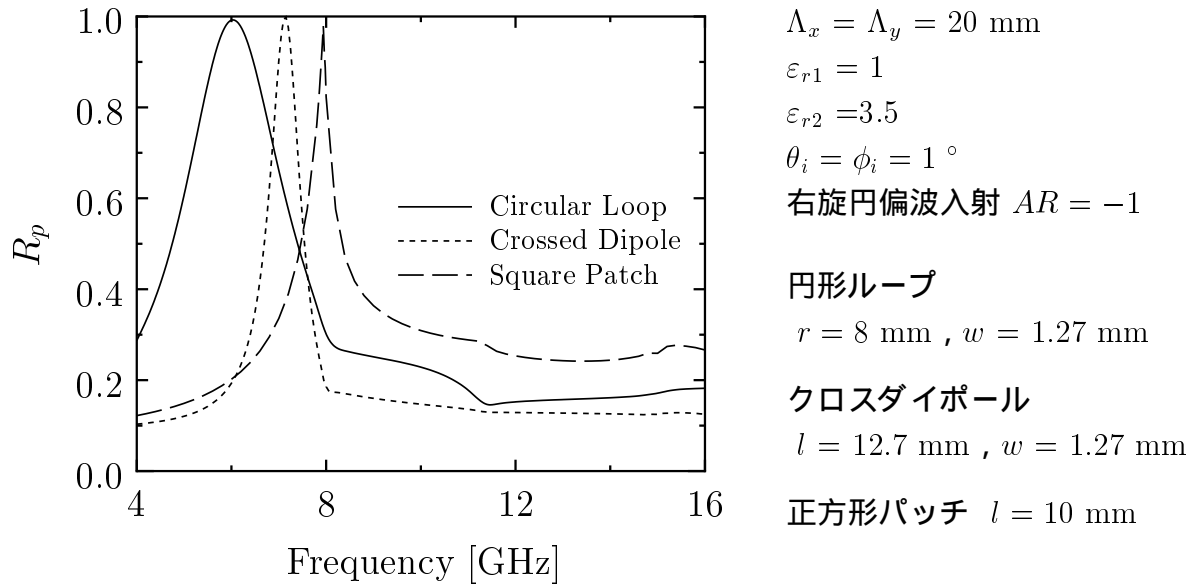
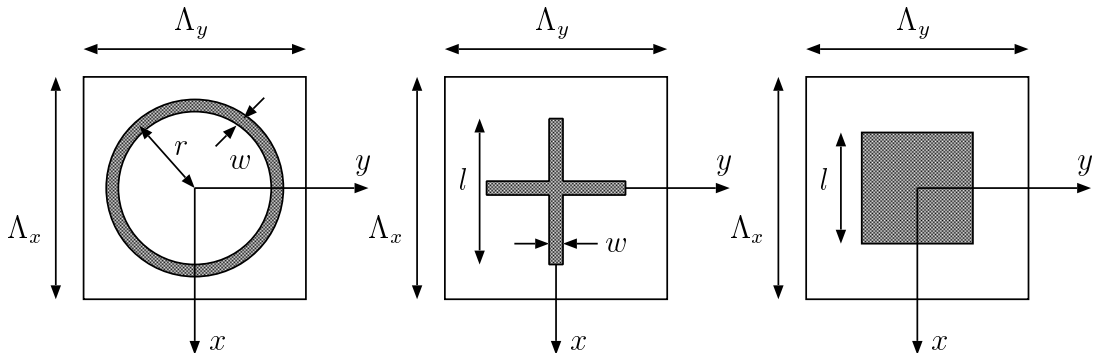


図 2.7 反射率の周波数特性.



## 2.7 むすび

本章では、半無限誘電体上に置かれた 2 次元形状素子からなる金属格子による散乱問題に対して、素子の形状に汎用性の高いスペクトル領域ガレルキン法を用いた解析手法を定式化した。まず、導体および誘電体表面からの散乱を統一的に取り扱うために等価電磁流源を考えて、それぞれの源に対するグリーン関数をイミタンス法により導出した。次に、2 次元形状の導体素子を板状小区間に分割し、面電流展開に区分的正弦波 (PWS) 関数を用いた。区分的正弦波関数には、数少ない展開項数で安定した解が得られ、かつ抵抗境界の整合性が良いという特徴があることから、任意形状の導体素子を解析できるだけでなく、抵抗損失を有する導体も精度良く解析できることを示し、他手法との比較によってその妥当性を確認した。さらに、様々な散乱特性の数値計算から、表面抵抗の反射率に及ぼす影響は特に共振点付近で大きいことがわかった。また、半無限誘電体表面の金属格子における臨界角、ブリュースタ角、グレーティングローブの影響は、誘電体側から平面波が入射したとき、これらの影響が大きいことを明らかにした。最後に、正方形パッチ、クロスダイポール、円形ループの円偏波用素子からなる金属格子の数値例により、本手法が様々な形状の素子に対して容易に適用できることを示した。

## 第 3 章

# 補対関係の素子からなる格子の解析

### 3.1 まえがき

導体素子からなる通常の金属格子は低周波帯を透過する空間フィルタとして広く知られており、様々な計算法で解析されている<sup>(6-13 28-30 51-54)</sup>。一方、低周波帯を反射し、高周波帯を透過させる空間フィルタが必要となる場合があり、導体部分と空隙部分を反転した開口部を有する格子はこのような周波数特性をもつため、その特性の厳密な解析法が強く求められている。しかしながら、等価伝送路を用いた近似的な解析法<sup>(8 55)</sup>は報告されているものの、適用範囲が垂直入射、開口面の形状が正方形に限られ、エバネンセント波のエネルギーを無視しているなど厳密な理論解析は困難であり<sup>(1)</sup>、報告例も少ないようである。開口部のまわりの導体部分に注目し、電界型積分方程式に基いて厳密に解析している報告<sup>(7)</sup>もあるが、導体部分の形状が複雑な場合には、展開項数、計算時間、計算精度などの点で複雑な形状の解析に不利である。また、誘電体に沿って横方向に伝わる表面波が存在し、散乱特性を複雑にしているため、誘電体の影響を無視できる程度に厚さを十分薄くした構造あるいは半無限誘電体上の格子に関する解析例が多い<sup>(6 10 28 29 56 57)</sup>。しかしながら、誘電体の厚さを無視できない周波数領域では、表面波の影響を考慮した解析法が必要である。

本章では、第 2 章の半無限誘電体に対する解析手法を有限な厚さの誘電体基板上に装荷された金属格子の解析に拡張すると共に、任意形状の開口部を有する格子について磁界型積分方程式にスペクトル領域ガレルキン法を適用して磁流分布を求める解析手法を提案する。まず、開口面に誘起される磁流分布を区分的正弦波 (PWS) 関数の重ね合わ

せで表す．これにより，任意形状の開口素子が誘電体上にある場合も厳密に解析できる．また，イミタンス法を用いて，磁流に対して磁界を与えるグリーン関数を導出する．さらに，開口部を有する格子と補対な形状の導体素子からなる金属格子の数値計算により，表面波の発生に伴う散乱特性における影響を考察し，補対性を検討する．

### 3.2 解析モデルと入射波

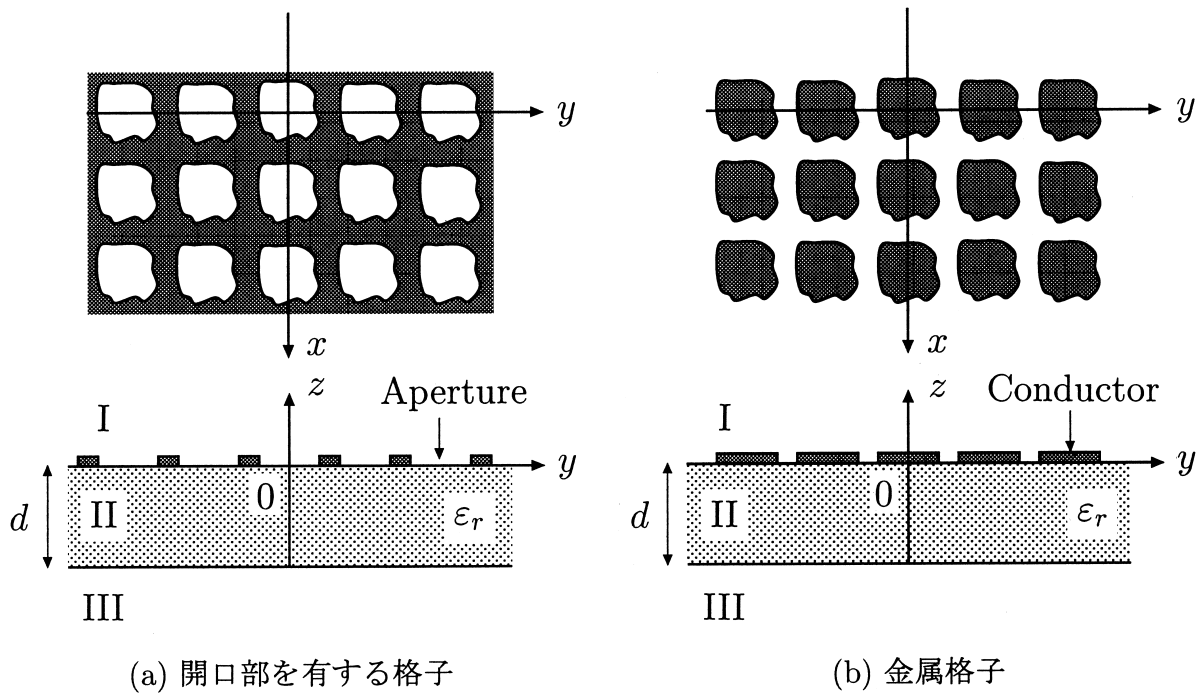


図 3.1 補対関係の素子からなる格子．

図 3.1 は，比誘電率が  $\epsilon_r$ ，厚さ  $d$  の誘電体基板上に装荷された格子であり，同図 (a) は任意形状の開口部を有する格子，同図 (b) は補対な形状の導体素子からなる金属格子である． $x, y$  方向の周期をそれぞれ  $\Lambda_x, \Lambda_y$  とし，一周分を単位とした部分をユニットセルと呼ぶ．これらの格子が図 3.2 のように球座標  $(\theta_i, \phi_i)$  方向から平面波  $(\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i)$  で照射されているものとする．

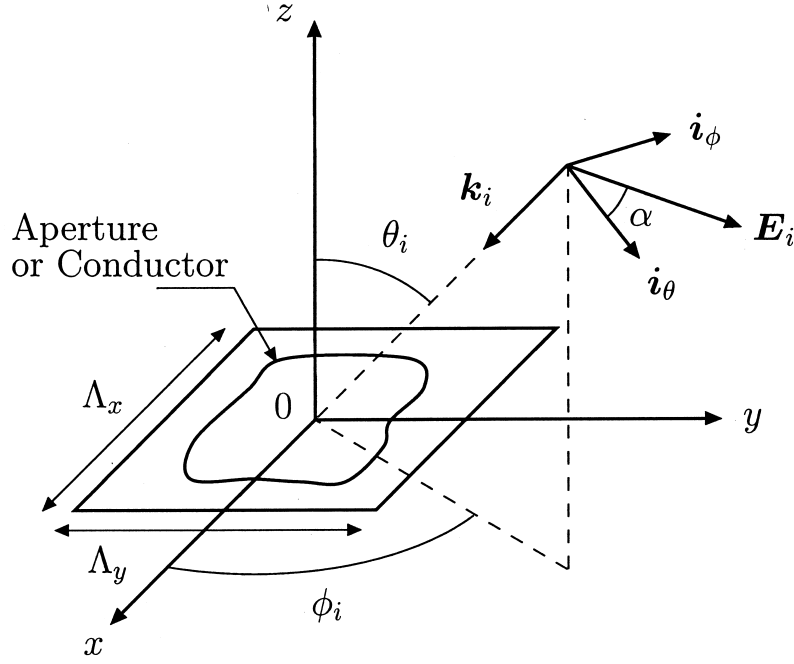


図 3.2 入射波.

### 3.3 開口部を有する格子 (Inverse Type) の解法

入射波 ( $\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i$ ) によって開口面に生じる磁流  $\mathbf{M}_s$  は, 入射波の位相項に比例し, さらに構造が周期的であることから, フロッケのモードに対応する空間高調波に展開でき,

$$\mathbf{M}_s(x, y) = \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{\mathbf{M}}_{s0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp\{-j(k_{xm}x + k_{yn}y)\} \quad (3.1)$$

となる. 但し,  $k_{xm}, k_{ym}$  は,

$$k_{xm} = \frac{2\pi m}{\Lambda_x} - k_0 \sin \theta_i \cos \phi_i \quad (3.2)$$

$$k_{yn} = \frac{2\pi n}{\Lambda_y} - k_0 \sin \theta_i \sin \phi_i \quad (3.3)$$

で表される. 各領域での電磁界は次式の境界条件が成立する.

$z = 0$  :

$$\mathbf{i}_z \times (\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_i - \mathbf{H}_2) = 0 \quad (\text{開口面上}) \quad (3.4)$$

$$(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_i - \mathbf{E}_2) \times \mathbf{i}_z = 0 \quad (\text{開口面上}) \quad (3.5)$$

$$(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_i) \times \mathbf{i}_z = \begin{cases} \mathbf{M}_s & (\text{開口面上}) \\ 0 & (\text{導体上}) \end{cases} \quad (3.6)$$

$z = -d$  :

$$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_3) \times \mathbf{i}_z = 0 \quad (3.7)$$

$$\mathbf{i}_z \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_3) = 0 \quad (3.8)$$

誘電体表面からの反射波，透過波をグリーン関数を用いて統一的に取り扱うために，境界面上の入射波を等価磁流源

$$\mathbf{M}_i(x, y) = \mathbf{i}_z \times \mathbf{E}_i(x, y, 0) = \mathbf{M}_{i0} \exp(-j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}) \quad (3.9)$$

で置き換える．図 3.1 のように， $z$  軸方向に多層構造をなす場合，電磁界は TM，TE モードの重ね合わせで表され，グリーン関数は閉じた形では表現できずスペクトル領域での積分によって表される．

以下の式の導出において，第 2 章同様，記号  $\sim$  はフーリエ変換されたスペクトル領域での量を表す．磁流源に対して磁界を与えるダイアディックグリーン関数  $\widetilde{\mathbf{N}}_1, \widetilde{\mathbf{N}}_2, \widetilde{\mathbf{N}}_3$  はイミタンス法を用いて求められ（付録 A.4 参照），領域 I，II，III の磁界は，

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_1(x, y, z) = & \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{\mathbf{N}}_1(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \widetilde{\mathbf{M}}_{s0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp(-j\mathbf{k}_{1mn} \cdot \mathbf{r}) \\ & + \widetilde{\mathbf{N}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{M}_{i0} \exp(-j\mathbf{k}_{1i} \cdot \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_2(x, y, z) = & \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \widetilde{\mathbf{N}}_2^+(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \widetilde{\mathbf{M}}_{s0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp(-j\mathbf{k}_{2mn}^+ \cdot \mathbf{r}) \right. \\ & \left. + \widetilde{\mathbf{N}}_2^-(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \widetilde{\mathbf{M}}_{s0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp(-j\mathbf{k}_{2mn}^- \cdot \mathbf{r}) \right\} \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{H}_3(x, y, z) = \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{\mathbf{N}}_3(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \widetilde{\mathbf{M}}_{s0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp(-j\mathbf{k}_{3mn} \cdot \mathbf{r}) \quad (3.12)$$

のように与えられる．ここで， $(\mathbf{k}_{1i}, \mathbf{k}_{2i}^\pm, \mathbf{k}_{3i})$ ， $(\mathbf{k}_{1mn}, \mathbf{k}_{2mn}^\pm, \mathbf{k}_{3mn})$  はそれぞれ入射波およびフロッケの第  $(m, n)$  次モードに対する領域 I，II，III での波数ベクトルである．

開口面上の磁流分布と磁界に注目して，スペクトル領域ガレルキン法を適用すれば，磁流分布が決定される．すなわち，任意形状の開口素子がプレート形の場合は直交する 2



方向に，また，ストリップ形の場合は軸方向の磁流成分に分割し，板状小区間の集合と考える．まず，開口面上の磁流分布  $M_{s0}(x, y)$  は，未知展開係数  $V_p$  を用いて次式のような区分的正弦波関数で展開する．

$$M_{s0}(x, y) = \sum_{p=1}^K V_p M_p(x, y) \quad (3.13)$$

次に，上式を式 (3.4) に代入し，両辺に重み関数として  $M_q$  をかけて，ユニットセル内の開口面で積分すると，次式の代数方程式を得る．

$$\sum_{p=1}^K Y_{pq} V_p = I_q \quad (q = 1, 2, \dots, K) \quad (3.14)$$

$$Y_{pq} = \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{M}_q^*(k_{xp}, k_{yq}) \cdot \left\{ \widetilde{N}_1(k_{xm}, k_{yn}) - \widetilde{N}_2^+(k_{xm}, k_{yn}) - \widetilde{N}_2^-(k_{xm}, k_{yn}) \right\} \cdot \widetilde{M}_p(k_{xm}, k_{yn}) \quad (3.15)$$

$$I_q = -\widetilde{M}_q^*(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \left\{ H_{i0} + \widetilde{N}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \widetilde{M}_{i0} \right\} \quad (3.16)$$

ここで，展開関数  $\widetilde{M}_p(\cdot)$ ， $\widetilde{M}_q^*(\cdot)$  (\* は複素共役記号)，グリーン関数  $\widetilde{N}_1(\cdot)$ ， $\widetilde{N}_2(\cdot)$ ，入射波  $H_{i0}$ ，等価磁流源  $M_{i0}$  は既知関数である．従って， $Y_{pq}$ ， $I_q$  は数値的に求められ，式 (3.14) を未知係数  $V_p$  について解くことにより，磁流分布は式 (3.13) より求められる．

### 3.4 金属格子 (Normal Type) の解法

入射波  $(E_i, H_i)$  によって導体上に電流  $J_c$  が誘起される．この電流はフロッケのモードに対応する空間高調波により，

$$J_c(x, y) = \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{J}_{c0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp\{-j(k_{xm}x + k_{yn}y)\} \quad (3.17)$$

のように展開できる．領域 I，II，III の電磁界  $(E_1, H_1)$ ， $(E_2, H_2)$ ， $(E_3, H_3)$  は次式の境界条件が成立する．

$z = 0$  :

$$(E_1 + E_i)_{\tan} = 0 \quad (\text{導体上}) \quad (3.18)$$

$$i_z \times (H_1 + H_i - H_2) = \begin{cases} J_c & (\text{導体上}) \\ 0 & (\text{誘電体上}) \end{cases} \quad (3.19)$$

$$(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_i - \mathbf{E}_2) \times \mathbf{i}_z = 0 \quad (\text{誘電体上}) \quad (3.20)$$

$z = -d :$

$$(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_3) \times \mathbf{i}_z = 0 \quad (3.21)$$

$$\mathbf{i}_z \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_3) = 0 \quad (3.22)$$

これらの境界条件で式 (3.19) ~ (3.22) は電流源, 磁流源に対して電界を与えるグリーン関数の導出に使用され (付録 A.3 参照), 式 (3.18) は電流分布を決定する積分方程式として使用される.

誘電体表面からの反射波, 透過波をグリーン関数を用いて取り扱うため, 誘電体表面における入射波の電磁界を次式に示す等価電流  $\mathbf{J}_i$  および等価磁流  $\mathbf{M}_i$  で置き換える.

$$\mathbf{J}_i(x, y) = \mathbf{H}_i(x, y, 0) \times \mathbf{a}_z = \mathbf{J}_{i0} \exp(-j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}) \quad (3.23)$$

$$\mathbf{M}_i(x, y) = \mathbf{a}_z \times \mathbf{E}_i(x, y, 0) = \mathbf{M}_{i0} \exp(-j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}) \quad (3.24)$$

グリーン関数を用いて, 領域 I, II, III の電界は,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(x, y, z) = & \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_{c0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp(-j\mathbf{k}_{1mn} \cdot \mathbf{r}) \\ & + \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{J}_{i0} + \tilde{\mathbf{L}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{M}_{i0} \right\} \exp(-j\mathbf{k}_{1i} \cdot \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_2(x, y, z) = & \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_2^+(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_{c0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp(-j\mathbf{k}_{2mn}^+ \cdot \mathbf{r}) \right. \\ & + \left. \widetilde{\mathbf{G}}_2^-(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_{c0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp(-j\mathbf{k}_{2mn}^- \cdot \mathbf{r}) \right\} \\ & + \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_2^+(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{J}_{i0} + \tilde{\mathbf{L}}_2^+(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{M}_{i0} \right\} \exp(-j\mathbf{k}_{2i}^+ \cdot \mathbf{r}) \\ & + \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_2^-(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{J}_{i0} + \tilde{\mathbf{L}}_2^-(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{M}_{i0} \right\} \exp(-j\mathbf{k}_{2i}^- \cdot \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_3(x, y, z) = & \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \widetilde{\mathbf{G}}_3(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \tilde{\mathbf{J}}_{c0}(k_{xm}, k_{yn}) \exp(-j\mathbf{k}_{3mn} \cdot \mathbf{r}) \\ & + \left\{ \widetilde{\mathbf{G}}_3(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{J}_{i0} + \tilde{\mathbf{L}}_3(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \mathbf{M}_{i0} \right\} \exp(-j\mathbf{k}_{3i} \cdot \mathbf{r}) \end{aligned} \quad (3.27)$$

のように表される. 式 (3.25) を式 (3.18) に代入し, スペクトル領域ガレルキン法を適用すれば, 電流分布が求められる. すなわち, 任意形状の導体上の電流分布  $\mathbf{J}_{c0}$  を未知係

数  $I_p$  を用いて次式のような区分的正弦波関数  $J_p(x, y)$  で展開する .

$$J_{c0}(x, y) = \sum_{p=1}^K I_p J_p(x, y) \quad (3.28)$$

さらに , 上式を式 (3.18) の導体上での電界の境界条件に代入し , 両辺に展開関数  $J_m$  をかけてユニットセル内の導体上で積分すると , 次式の代数方程式を得る .

$$\sum_{p=1}^K Z_{pq} I_p = V_q \quad (q = 1, 2, \dots, K) \quad (3.29)$$

$$Z_{pq} = \frac{1}{\Lambda_x \Lambda_y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{J}_q^*(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \widetilde{\mathbf{K}}_1(k_{xm}, k_{yn}) \cdot \tilde{J}_p(k_{xm}, k_{yn}) \quad (3.30)$$

$$V_q = -\tilde{J}_q^*(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \{ \mathbf{E}_{i0} + \widetilde{\mathbf{G}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \tilde{J}_{i0} + \widetilde{\mathbf{L}}_1(k_{ix}, k_{iy}) \cdot \widetilde{\mathbf{M}}_{i0} \} \quad (3.31)$$

$Z_{pq}$  ,  $V_q$  は既知量であるから , 式 (3.29) を未知展開係数  $I_p$  について解くと , 電流分布は式 (3.28) より決定される .

### 3.5 散乱特性

Inverse Type では開口面上の磁流分布 , Normal Type では導体上の電流分布が決定されると , 領域 I , II , III の電磁界はすべて求めることができる . また , 散乱電磁界から ,  $z = 0$  の面を  $z$  の正方向に通過する複素ポインティングベクトルを求め , これらをユニットセル上 ( $uc$ ) で積分することにより , 入射 , 反射 , 透過電力はそれぞれ

$$P_{in} = \frac{1}{2} Re \iint_{uc} \mathbf{E}_i \times \mathbf{H}_i^* \cdot (-\mathbf{i}_z) dS \quad (3.32)$$

$$P_r = \frac{1}{2} Re \iint_{uc} \mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_1^* \cdot \mathbf{i}_z dS \quad (3.33)$$

$$P_t = \frac{1}{2} Re \iint_{uc} \mathbf{E}_3 \times \mathbf{H}_3^* \cdot (-\mathbf{i}_z) dS \quad (3.34)$$

で与えられる . さらに , 上式を用いて反射率  $R_p$  および透過率  $T_p$  を

$$R_p = \frac{P_r}{P_{in}} \quad (3.35)$$

$$T_p = \frac{P_t}{P_{in}} \quad (3.36)$$

のように定義する .

### 3.6 数値計算例

数値計算では，任意形状の開口あるいは導体素子に誘起される磁流，電流分布を板状小区間の集合と考え，分割された板状小区間の幅，長さが実効波長の  $1/6, 1/4$  になるように，展開項数  $K$  の値を決めた．また，無限級数で表されるフロッケのモード  $m, n$  は，打ち切り次数を  $\pm 20$  にした．以下の解析において，エネルギー誤差 ( $|1 - (P_r + P_t)/P_{in}|$ ) は  $10^{-7}$  以下であることを確認した．

まず，本手法の妥当性を示すために，自由空間中のダイポール (長さ  $12.7\text{ mm}$ ，幅  $1.27\text{ mm}$ ， $\Lambda_x = \Lambda_y = 17.8\text{ mm}$ ) からなる金属格子の計算値を実験結果<sup>(6)</sup>と比較して，図 3.3 に示す．同図から，両者は良く一致していることがわかり，Normal Type に対する手法が妥当であると言える．

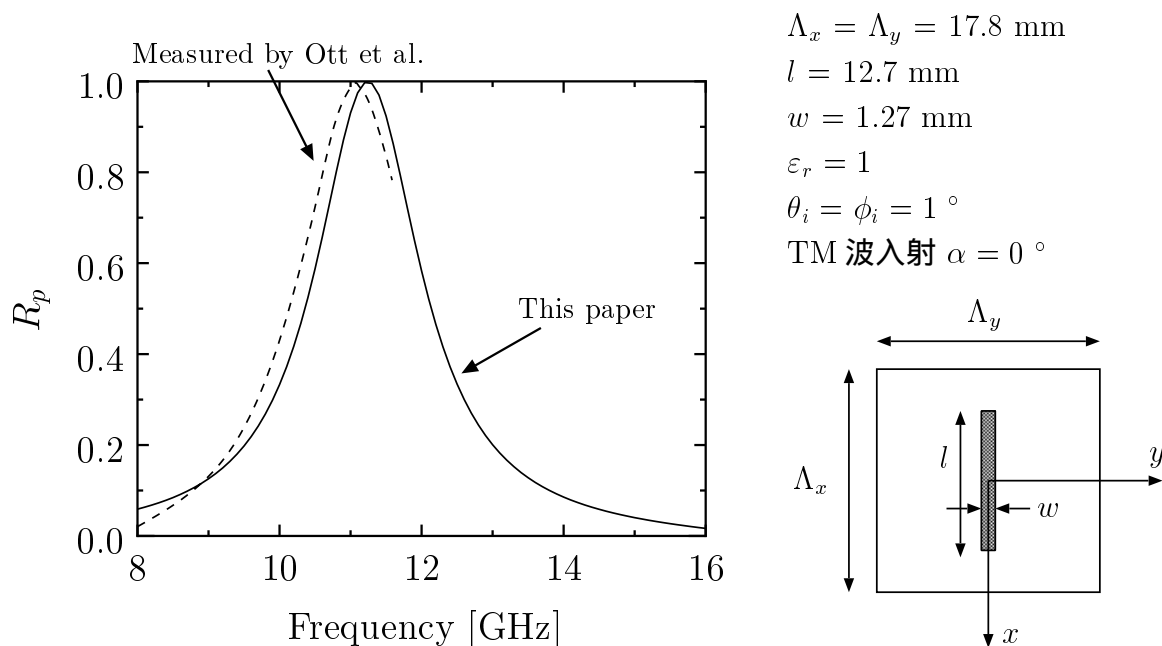


図 3.3 ダイポールによる反射率の周波数特性.

次に，自由空間中のクロス形の開口および導体素子（長さ 12.7 mm，幅 1.27 mm， $\Lambda_x = \Lambda_y = 20$  mm）を考える．周波数 14 GHz，偏波角  $\alpha$  の平面波が  $\theta_i = \phi_i = 45^\circ$  から入射しているものとする．図 3.4 は反射率の偏波角特性である．同図から，Normal Type の偏波角  $\alpha$  のときと Inverse Type の偏波角 ( $90^\circ - \alpha$ ) のときの特性が補対関係にあることがわかる．そこで以下では，入射波として，Normal Type では電界が入射面に平行 ( $\alpha = 0^\circ$ ) な TM 波，Inverse Type では垂直 ( $\alpha = 90^\circ$ ) な TE 波を考え， $\theta_i = \phi_i = 1^\circ$  とする．

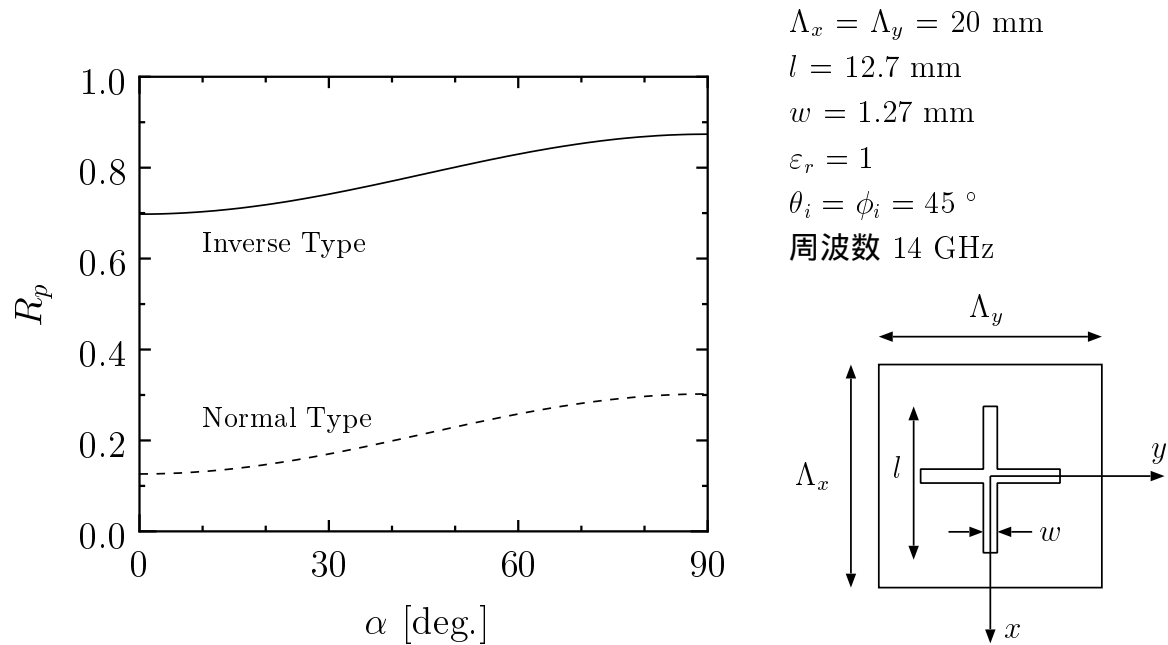


図 3.4 クロス形素子による反射率の偏波角特性.

図 3.5 に反射率の周波数特性を示す．このように構造的に完全に補対である格子の場合，共振周波数は一致し，反射特性も補対性を示すことがわかる．

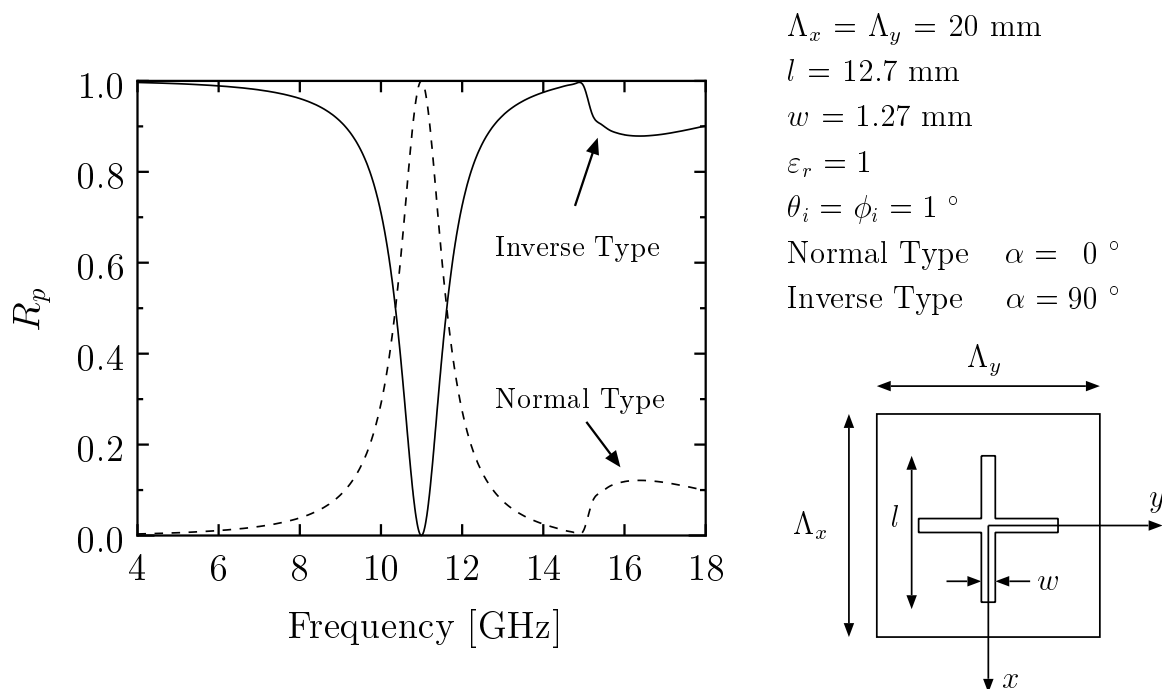


図 3.5 クロス形素子による反射率の周波数特性.

図 3.1 の構造で，平面波の照射によって素子上に誘起される電流あるいは磁流から再放射された電磁波は，反射波あるいは透過波として誘電体の両側に広がっていく．それと同時に電磁波の一部は上面の空気または導体板と下面の空気との境界面の間で全反射を繰り返しながら誘電体に沿って横方向に伝搬する表面波となり，空間フィルタの特性に好ましくない影響を与えることになる．例えば，反射あるいは透過の周波数特性にスパイク状の不連続部が生じる．表面波はグリーン関数における極の寄与に対応し，式 (A.48)，(A.63) の分母が零となる次式を満たしている．

Inverse Type の場合

$$\varepsilon_r \gamma_1 \cos \gamma_2 d + j \gamma_2 \sin \gamma_2 d = 0 \quad (3.37)$$

$$\gamma_2 \cos \gamma_2 d + j \gamma_1 \sin \gamma_2 d = 0 \quad (3.38)$$

Normal Type の場合

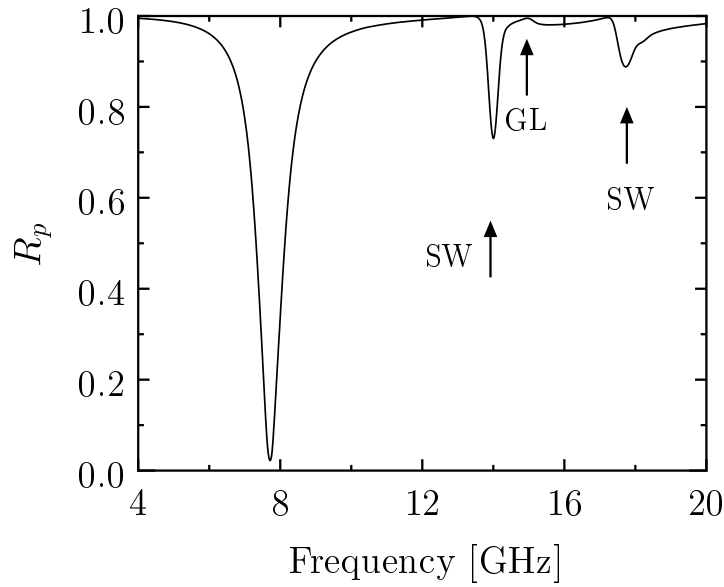
$$2\varepsilon_r \gamma_1 \gamma_2 \cos \gamma_2 d + j (\varepsilon_r \gamma_1^2 + \gamma_2^2) \sin \gamma_2 d = 0 \quad (3.39)$$

$$2\gamma_1 \gamma_2 \cos \gamma_2 d + j (\gamma_1^2 + \gamma_2^2) \sin \gamma_2 d = 0 \quad (3.40)$$

このとき，誘電体に沿う横方向の伝搬定数  $\beta (= \sqrt{k_x^2 + k_y^2})$  をもつ表面波が発生する．これらより Normal Type の場合は TE, TM 表面波モードが対になって発生し，最低次モード (TE<sub>0</sub>, TM<sub>0</sub>) はカットオフを持たないことがわかる．また，式 (3.37), (3.38) はマイクロストリップ構造の電流分布から電界を与えるグリーン関数における表面波の特性方程式と一致する<sup>(47, 48)</sup>．なお，グリーン関数の分母が零となるため，表面波の発生する周波数における反射率の計算値は意味を持たなくなる．

図 3.6 (a), (b) は，同じクロス形素子が誘電体上 ( $\varepsilon_r = 3.5$ ,  $d = 2$  mm) に配置された場合の反射率の周波数特性を示したものである．この場合は，誘電体の影響により，反射率の周波数特性にも完全な補対性は成立しないことがわかる．すなわち共振周波数はほぼ一致するが，共振周波数以外では Normal Type の場合，周波数の増加と共に反射率も増加するのに対して，Inverse Type ではほぼ反射率 100 % を維持することがわかる．Normal Type 構造ではユニットセルに占める誘電体部分 (開口部) の面積が大きく，空気と誘電体境界面での特性インピーダンスの違いによる反射率が周波数と共に増加するためと考えられる．なお，図中の GL はグレーティングローブ，SW は表面波の発生に伴う反射の異常点を示している．

最後に，図 3.7 (a), (b) は互いに補対な正方形ループの開口および導体素子 (長さ 10 mm, 幅 1.27 mm) が誘電体上 ( $\varepsilon_r = 3.5$ ,  $d = 2$  mm) に配置された場合の反射率の周波数特性を比較して示す．この場合も共振周波数とグレーティングローブ (GL) はほぼ一致するものの，高周波領域での特性はかなり異なることがわかる．特に，表面波の発生に伴うと考えられる反射率の異常点 (SW) は金属格子のほうが開口素子からなる格子よりも複雑に変化することがわかる．これは特性方程式 (3.37) ~ (3.40) が示す表面波モードの発生数の相違によるものである．



(a) Inverse Type

$$\Lambda_x = \Lambda_y = 20 \text{ mm}$$

$$l = 12.7 \text{ mm}$$

$$w = 1.27 \text{ mm}$$

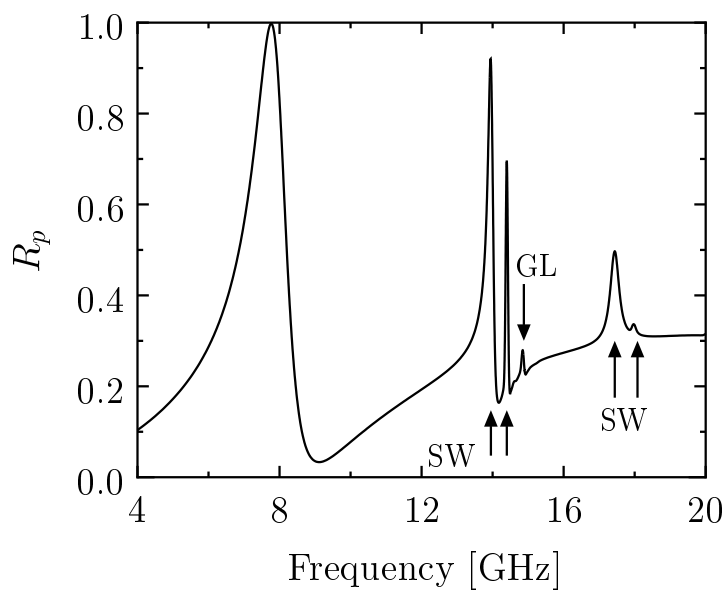
$$\varepsilon_r = 3.5$$

$$d = 2 \text{ mm}$$

$$\theta_i = \phi_i = 1^\circ$$

$$\text{Normal Type } \alpha = 0^\circ$$

$$\text{Inverse Type } \alpha = 90^\circ$$



(b) Normal Type

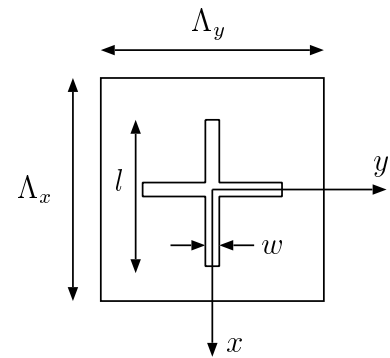
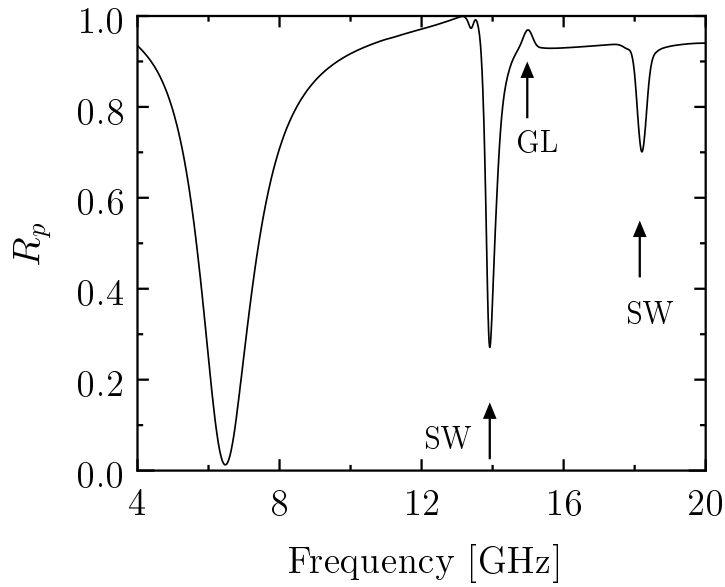


図 3.6 誘電体上のクロス形素子による反射率の周波数特性.





(a) Inverse Type

$$\Lambda_x = \Lambda_y = 20 \text{ mm}$$

$$l = 10 \text{ mm}$$

$$w = 1.27 \text{ mm}$$

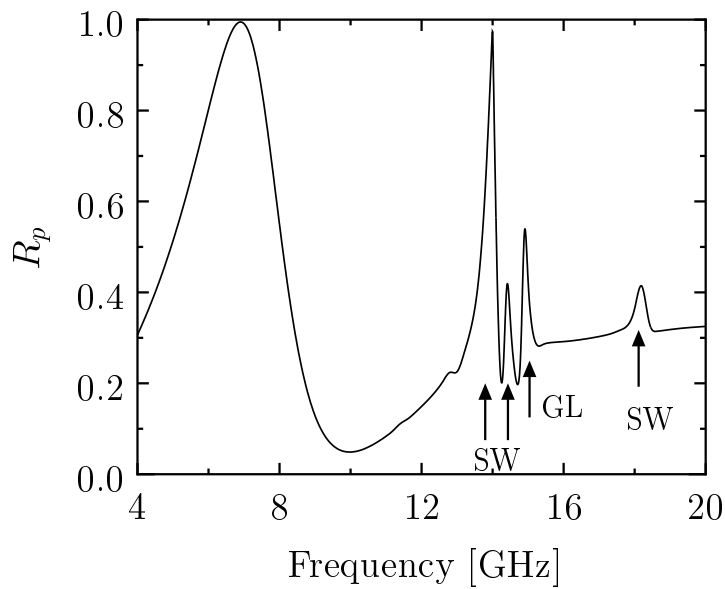
$$\varepsilon_r = 3.5$$

$$d = 2 \text{ mm}$$

$$\theta_i = \phi_i = 1^\circ$$

$$\text{Normal Type } \alpha = 0^\circ$$

$$\text{Inverse Type } \alpha = 90^\circ$$



(b) Normal Type

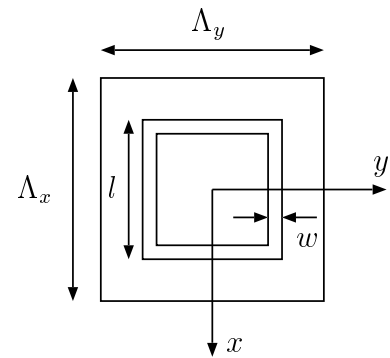


図 3.7 誘電体上の正方形ループによる反射率の周波数特性.

### 3.7 むすび

本章では、有限な厚さの誘電体基板上の格子による散乱問題に関する解析手法を定式化した。任意形状の開口部を有する格子については、開口面に誘起される磁流分布を未知としたスペクトル領域ガレルキン法を用いた解析手法を提案した。金属格子については、第 2 章の理論を拡張した。クロス形、正方形ループの開口素子および補対な形状の導体素子からの散乱特性の数値計算により、これらの格子が自由空間中にある場合には、構造が完全に補対であるため、散乱特性も補対性を示すことを確認した。一方、誘電体上に配置された場合には、補対性は成立せず、共振点より高周波領域において、表面波の発生に伴う反射率の異常点によって金属格子が複雑な特性変化を示すことがわかった。

本解法を適用することにより、誘電体基板上の格子の厳密な解析が可能となる。また開口面に誘起される磁流分布に着目しているので、導体部分の形状が複雑かつ面積が大きい場合にも、精度良く計算できる。

## 第 4 章

# 平板格子における表面インピーダンス 境界条件の有効性

### 4.1 まえがき

周期構造媒質による電磁波の散乱問題は電波工学や光波工学の分野における基本的課題の一つであり，解析手法や計算手法について数多くの報告がある．中でも，金属格子は入射電磁波に対して様々な散乱特性を示すことから，空間フィルタとして利用できるほか，結合フィルタ，波長フィルタ，モード変換器など光学素子に応用できる<sup>(5)</sup>ため，厳密な理論解析が工学的立場から強く望まれている．

金属格子は光波領域においては，厚さを無視できず，また，導体として扱うことができないため，誘電体格子として解析される．誘電体格子に関しては，モード整合法<sup>(15 16)</sup>やフーリエ展開法<sup>(17 18)</sup>をはじめ，有限要素法<sup>(19)</sup>，境界要素法<sup>(20)</sup>，ブロッホ波展開法<sup>(21)</sup>，微分法，積分法<sup>(22)</sup>などが有力な計算機解析法として知られている．また，損失媒質をはじめ異方性誘電体やキラル構造媒質などによる回折格子，斜め格子や3次元的に斜め方向からの入射波に対する数値計算例についても多くの報告<sup>(23–25 58 65–67)</sup>がある．これらの報告の多くは，周期構造が1方向に限られた1次元誘電体格子に関するもので，2方向に周期性を有する2次元誘電体格子に関する解析は，松田，奥野らの先駆的な計算例<sup>(26 27)</sup>を除けば，極めて数少ない．これは2次元誘電体格子の厳密な解析に要する複雑な計算過程とこれに付随する巨大計算を実行することが難しいためである．

一方，電波領域における解析では，格子の厚さが波長に比べて十分薄いため，厚さを

無視した計算法が用いられている．金属表面上に電流が誘起されると想定し，適当な基底関数で面電流展開することにより，2 方向に周期性を有する 2 次元平板格子に対する解析が可能である．第 2 章では，完全導体だけでなく，表面抵抗をもつ抵抗平板格子についても数値計算例を示した<sup>(3 29 42)</sup>．これら抵抗平板格子の解析においては，本来，複素誘電率を有する有限な厚さの誘電体格子について，厚さを無視する近似によって表面抵抗に置き換え，この表面抵抗と電流分布が境界条件を満足するような計算法が採用されている．すなわち，誘電率の虚数部が極めて大きく，格子の厚さが表皮深さに比べて薄い誘電体格子を抵抗平板格子とみなし，電流が境界面にのみ存在するという近似を用いて面電流展開と抵抗境界条件を導入している．スペクトル領域ガレルキン法<sup>(10 45)</sup>は数少ない電流展開項数と抵抗境界条件によって平板格子の実用的な解を求められる有力な解法であり，平板格子の計算過程は誘電体格子の計算過程に比べてはるかに計算量も小さい．従って，厚さを無視することができれば，解析が極めて容易となり，無視できる金属の厚さを推定することは，平板格子の計算法に対する適用限界を明らかにでき，計算機解析において重要であると言える．

本章では，抵抗分とリアクタンス分をもつインピーダンス平板格子における表面インピーダンス境界条件の有効性を検討する．金属格子の厚さを考慮して解析した数値計算結果と，厚さを無視して解析した数値計算結果との比較<sup>(34-37)</sup>から，面電流展開と表面インピーダンス境界条件が有効となる格子の厚さの限界を調べる．まず，金属格子を複素誘電率と厚さをもつ誘電体格子として扱う計算法には，周期構造を表す誘電率分布のフーリエ級数展開と行列固有値を用いた解析手法を導入する．一方，厚さを無視した平板格子の計算法として，グリーン関数を用いない数値解に基づくスペクトル領域ガレルキン法を用いる．問題点の明確化と数値計算の容易さのため，これらの解析法を同条件同設定のもと，1 次元格子について定式化を行う．さらに，表面インピーダンスが抵抗分のみ有する場合（抵抗格子）とリアクタンス分のみ有する場合（リアクタンス格子）に分けて数値計算を行い，表面インピーダンス境界条件の有効性を検討する．

## 4.2 問題の設定

図 4.1 に問題の構成を示す． $y$  軸方向に一様で  $z$  軸方向に周期  $\Lambda$ ，格子の幅  $W$  の 1 次元格子が配置されている．同図 (a) は方形状の誘電体格子，同図 (b) は格子の厚さが薄く誘電率の大きな誘電体格子，同図 (c) は平板格子である．平面波が入射角  $\theta_i$  で入射する散乱問題について考える．同図 (a)，(b)，(c) において，領域 I，III の比誘電率を，それぞれ  $\varepsilon_1, \varepsilon_3$  で表し，無損失媒質として， $\varepsilon_1$  と  $\varepsilon_3$  の虚数部は無視する．領域 II の格子については，同図 (a)，(b) では，比誘電率  $\varepsilon_2 = \varepsilon_2' - j\varepsilon_2''$  とし，同図 (c) では，格子の厚さは無視し，表面インピーダンス  $Z_s$  によって表す．同図 (a) は誘電体格子としての計算法を，同図 (c) は平板格子としての計算法を採用すべきであるが，同図 (b) の誘電体格子は，格子の厚さ  $d$  が表皮深さに比べて十分薄いため，近似的に平板格子と考えることも可能である．つまり，厚さ  $d$  を有する格子のインピーダンスは， $\omega\sqrt{|\varepsilon_2| \varepsilon_0 \mu_0} d \ll 1$  を用いると，

$$Z_s = -j \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_2 \varepsilon_0}} \frac{1}{\tan(\omega\sqrt{\varepsilon_2 \varepsilon_0 \mu_0} d)} \simeq -j \frac{1}{\omega \varepsilon_2 \varepsilon_0 d} \quad (4.1)$$

のように近似できる．本章では，同図 (b) の薄い誘電体格子に対して，誘電体格子として解析した計算結果と表面インピーダンス  $Z_s$  を有する平板格子として解析した計算結果の比較を行い，素子の厚さによる影響を検討すると共に，表面インピーダンス境界条件の有効性を導入できる格子の厚さの限界を述べる．問題点の明確化のため，以下のように，平板格子を表面抵抗  $R_s$  のみ有する抵抗格子，表面リアクタンス  $X_s$  のみ有するリアクタンス格子に分けて検討する．

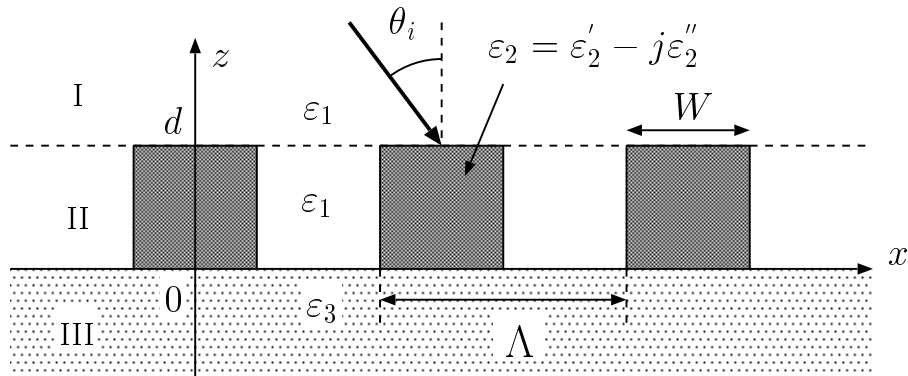
導電率  $\sigma$  が大きく  $\sigma \gg \omega \varepsilon_0, \omega \varepsilon_0 |\varepsilon_2'|$  であれば， $\varepsilon_2 \simeq -j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}$  であり，

$$Z_s = -j \frac{1}{\omega \left( -j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right) \varepsilon_0 d} = \frac{1}{\sigma d} = R_s \quad (4.2)$$

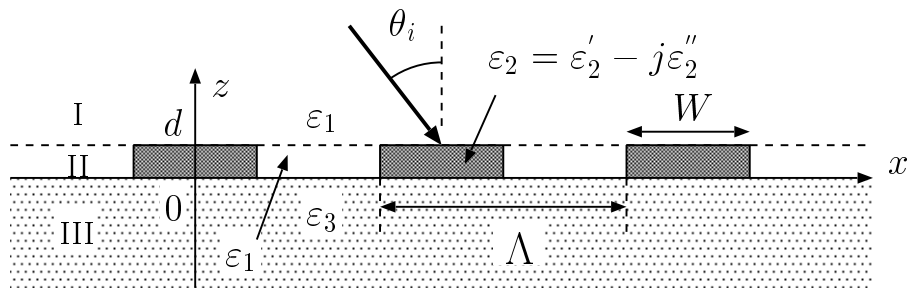
のように，表面抵抗として扱うことができる<sup>(14 47 62 63)</sup>．一方， $|\varepsilon_2'| \gg \varepsilon_2''$  であれば，

$$Z_s = -j \frac{1}{\omega \varepsilon_2 \varepsilon_0 d} = jX_s \quad (4.3)$$

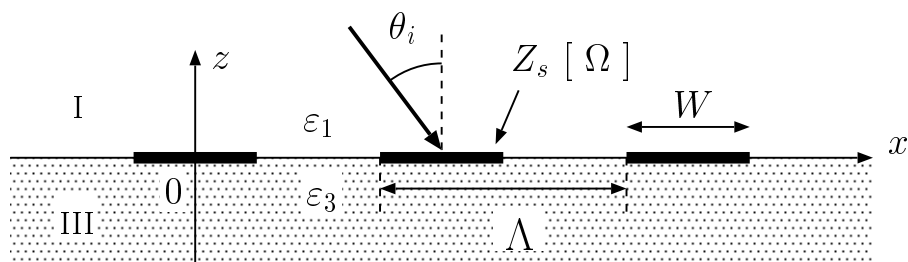
のように，表面リアクタンスとして扱うことができる．



(a) 誘電体格子



(b) 薄い誘電体格子



(c) 平板格子

図 4.1 誘電体格子と平板格子による散乱問題.

誘電率  $\varepsilon$  , 透磁率  $\mu$  を用いると , マクスウェルの方程式は次式で与えられる .

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\mu \frac{d\mathbf{H}}{dt} \quad (4.4)$$

$$\text{rot} \mathbf{H} = \varepsilon \frac{d\mathbf{E}}{dt} \quad (4.5)$$

真空中の誘電率  $\varepsilon_0$  , 真空中の透磁率  $\mu_0$  , 比誘電率  $\varepsilon_r$  , 比透磁率  $\mu_r$  を用い , 時間因子  $\exp(j\omega t)$  を仮定すれば ,

$$\frac{1}{k_0} \text{rot} \sqrt{Y_0} \mathbf{E} = -j\mu_r \sqrt{Z_0} \mathbf{H} \quad (4.6)$$

$$\frac{1}{k_0} \text{rot} \sqrt{Z_0} \mathbf{H} = j\varepsilon_r \sqrt{Y_0} \mathbf{E} \quad (4.7)$$

$$Z_0 = \frac{1}{Y_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \quad (4.8)$$

である . 空間座標  $(x, y, z)$  は波数  $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 2\pi/\lambda$  によって ,

$$k_0 x \rightarrow x, \quad k_0 y \rightarrow y, \quad k_0 z \rightarrow z \quad (4.9)$$

のように規格化し ,  $\varepsilon_r \rightarrow \varepsilon(x)$  ,  $\mu_r = 1$  のように設定すると , 規格化された空間座標に対する (計算機解析向けに無次元化された) マクスウェルの方程式は ,

$$\overline{\text{curl}} \sqrt{Y_0} \mathbf{E} = -j \sqrt{Z_0} \mathbf{H} \quad (4.10)$$

$$\overline{\text{curl}} \sqrt{Z_0} \mathbf{H} = j \varepsilon(x) \sqrt{Y_0} \mathbf{E} \quad (4.11)$$

で表される . 但し ,  $\overline{\text{curl}}$  は  $k_0$  で空間変数が規格化された回転 (rotation) を示している . 電磁界の各成分は  $E_\ell$  ,  $H_\ell$  ( $\ell = x, y, z$ ) は構造の周期性から ,  $e_{\ell m}(x)$  ,  $h_{\ell m}(x)$  を展開係数とする空間高調波によって ,

$$\sqrt{Y_0} E_\ell = \sum_{m=-M}^M e_{\ell m}(z) \exp(-js_m x) \quad (4.12)$$

$$\sqrt{Z_0} H_\ell = \sum_{m=-M}^M h_{\ell m}(z) \exp(-js_m x) \quad (4.13)$$

のように展開表示できる．ここで， $s_m$  は  $x$  軸方向の規格化伝搬定数であり，入射波の  $x$  軸方向の規格化伝搬定数  $s_0$ ，周期  $\Lambda$ ，波長  $\lambda$ ，比誘電率  $\varepsilon_1$  および入射角  $\theta_i$  によって，

$$s_m = s_0 + m\lambda/\Lambda, \quad s_0 = \sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta_i \quad (4.14)$$

のように与えられる．

### 4.3 誘電体格子の解析手法

図 4.1 (b) のような誘電体格子の解析手法として，行列固有値を用いる手法を採用する．比誘電率  $\varepsilon_2(x)$  が周期  $\Lambda$  の周期関数の場合には，構造の周期性から，比誘電率  $\varepsilon_2(x)$  は  $m$  次のフーリエ係数  $b_m$  を用いれば，媒質の周期性より打ち切り次数  $M_f$  によって，次式のようにフーリエ展開できる．

$$\varepsilon_2(x) = \sum_{m=-M_f}^{M_f} b_m \exp \{ jm (\lambda/\Lambda) x \} \quad (4.15)$$

$$b_m = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \varepsilon_2(x) \exp \{ -jm (\lambda/\Lambda) x \} dx \quad (4.16)$$

規格化されたマクスウェルの方程式を，直角座標系で表示すると，

$$\frac{\partial \sqrt{Y_0} E_z}{\partial y} - \frac{\partial \sqrt{Y_0} E_y}{\partial z} = -j \sqrt{Z_0} H_x \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial \sqrt{Y_0} E_x}{\partial z} - \frac{\partial \sqrt{Y_0} E_z}{\partial x} = -j \sqrt{Z_0} H_y \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial \sqrt{Y_0} E_y}{\partial x} - \frac{\partial \sqrt{Y_0} E_x}{\partial y} = -j \sqrt{Z_0} H_z \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \sqrt{Z_0} H_z}{\partial y} - \frac{\partial \sqrt{Z_0} H_y}{\partial z} = j \varepsilon_2(x) \sqrt{Y_0} E_x \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial \sqrt{Z_0} H_x}{\partial z} - \frac{\partial \sqrt{Z_0} H_z}{\partial x} = j \varepsilon_2(x) \sqrt{Y_0} E_y \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial \sqrt{Z_0} H_y}{\partial x} - \frac{\partial \sqrt{Z_0} H_x}{\partial y} = j \varepsilon_2(x) \sqrt{Y_0} E_z \quad (4.22)$$



となる．構造が  $y$  軸方向に一様と考え，空間高調波展開式 (4.12)，(4.13) と比誘電率のフーリエ展開式 (4.15) を代入すれば，

$$-\sum_{m'} \frac{\partial e_{ym'}(z)}{\partial z} \exp(-js_{m'}x) = -j \sum_n h_{xn}(z) \exp(-js_nx) \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m'} \left\{ \frac{\partial e_{xm'}(z)}{\partial z} + js_{m'} e_{zm'}(z) \right\} \exp(-js_{m'}x) \\ = -j \sum_n h_{yn}(z) \exp(-js_nx) \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$-\sum_{m'} js_{m'} e_{ym'}(z) \exp(js_{m'}x) = -j \sum_n h_{zn}(z) \exp(-js_nx) \quad (4.25)$$

$$-\sum_{m'} \frac{\partial h_{ym'}(z)}{\partial z} \exp(-js_{m'}x) = j\varepsilon_2(x) \sum_n e_{xn}(z) \exp(-js_nx) \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m'} \left\{ \frac{\partial h_{xm'}(z)}{\partial z} + js_{m'} h_{zm'}(z) \right\} \exp(-js_{m'}x) \\ = j\varepsilon_2(x) \sum_n e_{yn}(z) \exp(-js_nx) \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$-\sum_{m'} js_{m'} h_{ym'}(z) \exp(-js_{m'}x) = j\varepsilon_2(x) \sum_n e_{zn}(z) \exp(-js_nx) \quad (4.28)$$

のように変形できる．両辺に  $(1/\Lambda) \exp(js_{m'}x)$  を乗じて， $x$  で  $-\Lambda/2$  から  $\Lambda/2$  で積分すれば，

$$-\frac{\partial e_{ym}(z)}{\partial z} = -jh_{xm}(z) \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial e_{xm}(z)}{\partial z} + js_m e_{zm}(z) = -jh_{ym}(z) \quad (4.30)$$

$$-js_m e_{ym}(z) = -jh_{zm}(z) \quad (4.31)$$

$$-\frac{\partial h_{ym}(z)}{\partial z} = j \sum_n b_{n-m} e_{xn}(z) \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial h_{xm}(z)}{\partial z} = j \sum_n b_{n-m} e_{yn}(z) \quad (4.33)$$

$$-js_m h_{ym}(z) = j \sum_n b_{n-m} e_{zn}(z) \quad (4.34)$$

となる．電磁界成分  $e_\ell, h_\ell$  ( $\ell = x, y$ ) について，電磁界の接線成分に関する展開係数を要素とする  $(2M + 1)$  元の列ベクトル

$$\mathbf{e}_\ell(z) = [e_{\ell-M}(z) \cdots e_{\ell 0} \cdots e_{\ell M}(z)]^t \quad (4.35)$$

$$\mathbf{h}_\ell(z) = [h_{\ell-M}(z) \cdots h_{\ell 0} \cdots h_{\ell M}(z)]^t \quad (4.36)$$

と次式の小行列

$$[\varepsilon] = [b_{n-m}], \quad [s] = [s_m \delta_{mn}] \quad (4.37)$$

を導入する．但し， $\delta_{mn}$  はクロネッカデルタを表している．これらのベクトルと行列を用いて式 (4.29) ～ (4.34) は次式のようになる．

$$-\frac{\partial \mathbf{e}_y(z)}{\partial z} = -j \mathbf{h}_x(z) \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{e}_x(z)}{\partial z} + j[s] \mathbf{e}_z(z) &= -j \mathbf{h}_y(z) \longrightarrow \frac{\partial \mathbf{e}_x(z)}{\partial z} = -j \mathbf{h}_y(z) - j[s] \mathbf{e}_z(z) \\ &= j(-[1] + [s][\varepsilon]^{-1}[s]) \mathbf{h}_y(z) \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$-j[s] \mathbf{e}_y(z) = -j \mathbf{h}_z(z) \longrightarrow \mathbf{h}_z(z) = -[s] \mathbf{e}_y(z) \quad (4.40)$$

$$-\frac{\partial \mathbf{h}_y(z)}{\partial z} = j[\varepsilon] \mathbf{e}_x(z) \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{h}_x(z)}{\partial z} + j[s] \mathbf{h}_z(z) &= j[\varepsilon] \mathbf{e}_y(z) \longrightarrow \frac{\partial \mathbf{h}_x(z)}{\partial z} = j[\varepsilon] \mathbf{e}_y(z) - j[s] \mathbf{h}_z(z) \\ &= j([\varepsilon] - [s]^2) \mathbf{e}_y(z) \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$-j[s] \mathbf{h}_y(z) = j[\varepsilon] \mathbf{e}_z(z) \longrightarrow \mathbf{e}_z(z) = -[\varepsilon]^{-1}[s] \mathbf{h}_y(z) \quad (4.43)$$

電磁界の接線成分  $x, y$  成分に関して整理すれば，行列微分方程式

$$\frac{d\mathbf{F}}{dz} = j [C] \mathbf{F}(z) \quad (4.44)$$

TE-waves:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_y \\ \mathbf{h}_x \end{bmatrix}, \quad [C] = \begin{bmatrix} [0] & [1] \\ [\varepsilon] - [s]^2 & [0] \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

TM-waves:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{h}_y \end{bmatrix}, \quad [C] = \begin{bmatrix} [0] & -[1] + [s][\varepsilon]^{-1}[s] \\ -[\varepsilon] & [0] \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

を得る．また，係数行列  $[C]$  を構成する小行列は  $m$  行  $n$  列の要素表現を用いて表される． $[0]$  は零行列， $[1]$  は単位行列， $[\varepsilon]^{-1}$  は  $[\varepsilon]$  の逆行列を表す．方形誘電体格子の場合，係数行列  $[C]$  は定数行列であるから，行列微分方程式 (4.44) は係数行列  $[C]$  の行列固有値問題に帰着する． $2(2M+1)$  元の列ベクトル  $\mathbf{a}(z)$  を導入して

$$\mathbf{F}(z) = [T] \mathbf{a}(z) \quad (4.47)$$

のように変換すれば，式 (4.44) は

$$\frac{d\mathbf{a}(z)}{dz} = j [\kappa] \mathbf{a}(z) \quad (4.48)$$

となる．ここで，行列  $[\kappa]$  は行列  $[C]$  の固有値  $\kappa_m$  によって表される対角行列である．また，行列  $[T]$  は  $\kappa_m$  に対応する固有ベクトルから作られる行列  $[C]$  の対角化行列である．固有値  $\kappa_m$  は各  $(2M+1)$  個の  $\pm z$  方向に伝搬する波に対応する  $\kappa_m^\pm$  に分離できる． $\mathbf{a}(z)$  も  $\pm z$  方向に伝搬する波の複素振幅  $\mathbf{a}^\pm(z)$  に分離して表記できる．従って，式 (4.48) の解は

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}^+(z) \\ \mathbf{a}^-(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [U(\kappa^+, z - z_0)] & [0] \\ [0] & [U(\kappa^-, z - z_0)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}^+(z_0) \\ \mathbf{a}^-(z_0) \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

となる．ここで， $[U(\kappa^\pm, z - z_0)]$  は対角行列， $z_0$  は位相基準点の座標である．

領域 I，III の均質媒質では，行列  $[C]$  の固有値  $\kappa_m$  と対角化行列  $[T]$  は解析的に求められる，

$$\kappa_m^\pm = \mp \xi_m = \mp \sqrt{\varepsilon - s_m^2}, \quad (4.50)$$

TE-waves:

$$[T] = \begin{bmatrix} [1] & [1] \\ [-\delta_{mn}\xi_m] & [\delta_{mn}\xi_m] \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

TM-waves:

$$[T] = \begin{bmatrix} [\delta_{mn}\xi_m/\sqrt{\varepsilon}] & [\delta_{mn}\xi_m/\sqrt{\varepsilon}] \\ [\delta_{mn}\sqrt{\varepsilon}] & -[\delta_{mn}\sqrt{\varepsilon}] \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

となる．但し， $\xi_m$  が複素数の場合，虚数部は負となるように符号選択する．なお，固有ベクトルは  $-e_{ym}h_{xm}^* = \pm \xi_m$  (TE 波)， $e_{xm}h_{ym}^* = \pm \xi_m$  (TM 波) となるように規格化し

ている．電磁界  $E$  ,  $H$  の接線成分の連続性より

$$\mathbf{F}_1(d) = \mathbf{F}_2(d), \quad \mathbf{F}_2(0) = \mathbf{F}_3(0) \quad (4.53)$$

$z = d$  :

$$[T_1] \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^+(d) \\ \mathbf{a}_1^-(d) \end{bmatrix} = [T_2] \begin{bmatrix} [U(\kappa_2^+, d)] & [0] \\ [0] & [U(\kappa_2^-, d)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_2^+(0) \\ \mathbf{a}_2^-(0) \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

$z = 0$  :

$$[T_2] \begin{bmatrix} \mathbf{a}_2^+(0) \\ \mathbf{a}_2^-(0) \end{bmatrix} = [T_3] \begin{bmatrix} \mathbf{a}_3^+(0) \\ \mathbf{a}_3^-(0) \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

のような線形方程式が得られる．但し，上式において， $\mathbf{a}_1^-(d)$  は領域 I からの入射波として， $\mathbf{a}_3^+(0)$  は領域 III の放射条件として，

$$\mathbf{a}_1^- = [0 \cdots 1 \cdots 0]^t, \quad \mathbf{a}_3^+ = [0 \cdots 0 \cdots 0]^t \quad (4.56)$$

で与えられる定数であり，線形方程式 (4.54) , (4.55) より  $\mathbf{a}_2^+(0)$  ,  $\mathbf{a}_2^-(0)$  を消去すれば，未知数  $\mathbf{a}_1^+(d)$  ,  $\mathbf{a}_3^-(0)$  を決定できる． $m$  次反射および透過回折効率はいずれも，次式で表される．

$$\eta_m^r = \frac{|Re\{\kappa_{1m}^+\}| |\mathbf{a}_{1m}^+(d)|^2}{|Re\{\kappa_{10}^-\}|} \quad (4.57)$$

$$\eta_m^t = \frac{|Re\{\kappa_{3m}^-\}| |\mathbf{a}_{3m}^-(0)|^2}{|Re\{\kappa_{10}^-\}|} \quad (4.58)$$

## 4.4 平板格子の解析手法

### 4.4.1 面電流展開と表面インピーダンス境界条件

格子の厚さを無視した平板格子の解析法には，多くの高精度な解析手法<sup>(9 37 64)</sup>があるが，ここでは，表面インピーダンス境界条件が極めて容易に導入できる利点をもつスペクトル領域ガレルキン法による面電流展開を用いた手法について定式化を行う．

境界面  $z = 0$  における平板格子上の電界の接線成分  $E_{\text{tan}}(x)$  は表面インピーダンス  $Z_s$  と面電流密度  $J(x)$  によって次式のように表される．

$$\sqrt{Y_0}E_{\text{tan}}(x) - (Z_s/Z_0)\sqrt{Z_0}J(x) = 0 \quad (-W/2 \leq x \leq W/2) \quad (4.59)$$

上式は表面インピーダンス境界条件と呼ばれている．

本報告のような 1 次元格子の場合，電界の接線成分  $E_{\text{tan}}$  と面電流密度  $J$  は TE 波に対して  $E_{\text{tan}} = E_y$ ， $J = J_y$ ，TM 波に対して  $E_x$ ， $J_x$  であるが，混同することがないので以下の記述では省略する．電界の接線成分  $E_{\text{tan}}$  は，平板格子が存在しない場合の 1 次界  $E_{\text{tan}}^{1st}(x)$  と表面電流源  $J(x)$  による 2 次界  $E_{\text{tan}}^{2nd}(x)$  の和で表され，

$$E_{\text{tan}}(x) = E_{\text{tan}}^{1st}(x) + E_{\text{tan}}^{2nd}(x) \quad (4.60)$$

となる．境界面  $z = 0$  上での 1 次界  $E_{\text{tan}}^{1st}$  は

$$\sqrt{Y_0}E_{\text{tan}}^{1st}(x) = \overline{e_0(0)} \exp(-js_0x) \quad (4.61)$$

であり，2 次界  $E_{\text{tan}}^{2nd}$  はスペクトル領域のグリーン関数  $g_m(z)$  を用いて

$$\sqrt{Y_0}E_{\text{tan}}^{2nd}(x) = \sum_{m=-M}^M g_m(0)j_m \exp(-js_mx) \quad (4.62)$$

のように表される．表面電流  $J(x)$  は  $j_m$  を展開係数とする空間高調波によって

$$\sqrt{Z_0}J(x) = \sum_{m=-M}^M j_m \exp(-js_mx) \quad (4.63)$$

のように展開表示される．従って，表面インピーダンス境界条件式は

$$\sum_{m=-M}^M \left\{ g_m(0) - \frac{Z_s}{Z_0} \right\} j_m \exp(-is_m x) = -\overline{e_0(0)} \exp(-is_0 x) \quad (4.64)$$

となる．さらに，表面電流  $j_m$  を  $K$  項の既知関数  $j_{pm}$  によって，次式のように展開する．

$$j_m = \sum_{p=1}^K I_p j_{pm} \quad (4.65)$$

式 (4.65) を式 (4.64) に代入し，スペクトル領域ガレルキン法により，

$$\sum_{p=1}^K \left[ \sum_{m=-M}^M j_{qm}^* \left\{ g_m(0) - \frac{Z_s}{Z_0} \right\} j_{pm} \right] I_p = -\overline{e_0(0)} j_{q0}^* \quad (q = 1, 2, \dots, K) \quad (4.66)$$

によって表される  $K$  元の線形方程式が得られる．電流の展開係数  $I_p$  が求まれば，式 (4.65) から電流分布が求められる．

#### 4.4.2 行列算法による 1 次界と 2 次界

4.3 節において述べた空間高調波展開による解析法は，空間高調波による展開項数を  $(2M+1)$  に設定することを前提にして定式化した．ところが， $M=0$  の場合，すなわち 1 項展開に設定すれば，1 次界やスペクトル領域のグリーン関数に相当する量を数値的に簡単に導き出すことが可能である．本報告で想定するような簡単な構造であれば，解析解が得られるが，グリーン関数を用いない数値解に基づく本方法は，基板層が多層，異方性基板，キラル媒質のような複雑構造に対して有効である (付録 A.5 参照)<sup>(60 61)</sup>．

今， $2M+1=1$  とおき，さらに入射波振幅として  $a_{10}^-(0) = 1$ ，領域 III の放射条件より  $a_{30}^+(0) = 0$  を与えれば，境界面  $x=0$  における電磁界の接線成分の連続性から，式 (4.54)，(4.55) を用いて

$$[T_1] \begin{bmatrix} a_{10}^+(0) \\ 1 \end{bmatrix} = [T_3] \begin{bmatrix} 0 \\ a_{30}^-(0) \end{bmatrix} \quad (4.67)$$

が得られ，反射波振幅  $a_{10}^+(0)$  および透過波振幅  $a_{30}^-(0)$  の値が決定される．境界面  $z=0$

上の電磁界の接線成分  $\overline{e_0(0)}$ ,  $\overline{h_0(0)}$  は, 式 (4.67) より

$$\begin{bmatrix} \overline{e_0(0)} \\ \overline{h_0(0)} \end{bmatrix} = [T_1] \begin{bmatrix} a_{10}^+(0) \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad \begin{bmatrix} \overline{e_0(0)} \\ \overline{h_0(0)} \end{bmatrix} = [T_3] \begin{bmatrix} 0 \\ a_{30}^-(0) \end{bmatrix} \quad (4.68)$$

となり, 境界面上の 1 次界が求められる.

表面電流による散乱界は, ある特定の空間高調波成分  $e_m$ ,  $h_m$  に対し, 境界面  $z = 0$  における電界の接線成分は連続であるが, 磁界の接線成分は表面電流の高調波成分  $j_m$  によって  $h_m(0^+) - h_m(0^-) = j_m$  で表されるように不連続である. 放射条件  $a_{1m}^-(0) = 0$ ,  $a_{3m}^+(0) = 0$  を考慮すれば, 境界面  $z = 0$  において

$$[T_1^{(m)}] \begin{bmatrix} a_{1m}^+(0) \\ 0 \end{bmatrix} - [T_3^{(m)}] \begin{bmatrix} 0 \\ a_{3m}^-(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ j_m \end{bmatrix} \quad (4.69)$$

となる. ここで,  $j_m = 1$  とおけば, 上式より, 領域 I, III における散乱波振幅  $a_{1m}^+(0)$ ,  $a_{3m}^-(0)$  が決定する. 境界面上の表面電流源  $j_m$  による電界の散乱界は

$$e_m(z) = g_m(z) j_m \quad (4.70)$$

$$g_m^+(z) = t_{1,11}^{(m)} \exp(-j\xi_{1m}z) a_{1m}^+(0) \quad (z \leq 0) \quad (4.71)$$

$$g_m^-(z) = t_{3,21}^{(m)} \exp(j\xi_{3m}z) a_{3m}^-(0) \quad (z \geq 0) \quad (4.72)$$

で与えられる.  $g_m(z)$  はスペクトル領域でのグリーン関数に相当し, 数値的に求められる. 但し,  $t_{1,11}^{(m)}$  は行列  $[T_1^{(m)}]$  の 1 行 1 列要素を,  $t_{3,21}^{(m)}$  は行列  $[T_3^{(m)}]$  の 2 行 1 列要素を示している. また,  $e_m$  と  $h_m$  の接線方向はそれぞれ, TE 波に対して  $e_{ym}$ ,  $h_{xm}$  を, TM 波に対して  $e_{xm}$ ,  $h_{ym}$  を表している. 従って, 電流分布が決定すれば, 平板格子による  $m$  次反射および透過回折効率はいずれも, 次式で与えられる.

$$\eta_m^r = \frac{|Re\{\kappa_{1m}^+\}| |a_{1m}^+(0) j_m + a_{10}^+(0) \delta_{0m}|^2}{|Re\{\kappa_{10}^+\}|} \quad (4.73)$$

$$\eta_m^t = \frac{|Re\{\kappa_{3m}^-\}| |a_{3m}^-(0) j_m + a_{30}^-(0) \delta_{0m}|^2}{|Re\{\kappa_{10}^-\}|} \quad (4.74)$$

## 4.5 抵抗境界条件に関する近似的検討

損失誘電体格子の解析において，電磁界の展開項数を  $2M + 1 = 1$  とおけば，周期性を持たない単なる抵抗平板である．この場合，抵抗平板の厚さ  $d$  が小さく，比誘電率の虚数部が大きいと近似することによって，良く知られた反射係数  $r$  および透過係数  $t$  の公式が解析的に導け，さらに，表面抵抗  $R_s$  と抵抗境界条件  $E_{\text{tan}} = JR_s$  の成立する範囲が明確になる<sup>(67)</sup>．

### 4.5.1 TE 波入射の場合

式 (4.54)，(4.55) より  $z = d$ ， $z = 0$  における境界条件は

$z = d$  :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\xi_1 & \xi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^+ \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\xi_2 & \xi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(-j\xi_2 d) & 0 \\ 0 & \exp(j\xi_2 d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2^+ \\ a_2^- \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

$z = 0$  :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\xi_2 & \xi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2^+ \\ a_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -\xi_3 & \xi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a_3^- \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

によって表される．但し， $\xi_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) は  $x$  方向の規格化伝搬定数であり

$$\xi_i = \sqrt{\varepsilon_i - s_0^2} \quad (4.77)$$

によって表される．簡単化のために， $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = \varepsilon$  (実数) (すなわち， $\xi_1 = \xi_3 = \xi$ )，

$\theta_i = 0^\circ$  とし，式 (4.75)，(4.76) より  $a_2^+$  と  $a_2^-$  を消去すれば，振幅反射係数  $r$  ( $= a_1^+$ )

および振幅透過係数  $t$  ( $= a_3^-$ ) は

$$r = \frac{-(\xi_2^2 - \xi^2) \{ \exp(j\xi_2 d) - \exp(-j\xi_2 d) \}}{2} / \left[ \frac{(\xi_2^2 + \xi^2) \{ \exp(j\xi_2 d) - \exp(-j\xi_2 d) \}}{2} - \frac{2\xi_2 \xi \{ \exp(j\xi_2 d) + \exp(-j\xi_2 d) \}}{2} \right] \quad (4.78)$$

$$t = -2\xi\xi_2 /$$

$$\left[ \frac{(\xi_2^2 + \xi^2) \{ \exp(j\xi_2 d) - \exp(-j\xi_2 d) \}}{2} - \frac{2\xi_2 \xi \{ \exp(j\xi_2 d) + \exp(-j\xi_2 d) \}}{2} \right] \quad (4.79)$$



となる．ここで，厚さ  $d$  が 0 に近づくため， $d$  に関する項を，

$$\exp(-\xi_2 d) \approx 1 - j\xi_2 d \quad (4.80)$$

$$\exp(\xi_2 d) \approx 1 + j\xi_2 d \quad (4.81)$$

のように 1 次項までテーラー展開し，複素誘電率に関して，

$$\xi_2^2 = \varepsilon_2' - j\varepsilon_2'', \quad (\varepsilon_2'' \gg \varepsilon_2') \quad (4.82)$$

のような近似関係式を導入する．規格化波動インピーダンス  $Z = 1/\xi$  および規格化表面抵抗  $R_s = 1/(\varepsilon_2'' d)$  を定義すれば，反射係数  $r$  および透過係数  $t$  について良く知られた結果

$$r = \frac{-Z}{Z + 2R_s}, \quad t = \frac{2R_s}{Z + 2R_s} \quad (4.83)$$

が得られる．

#### 4.5.2 TM 波入射の場合

境界面  $z = d$  ,  $z = 0$  における境界条件

$z = d$  :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \xi_1/\sqrt{\varepsilon_1} & \xi_1/\sqrt{\varepsilon_1} \\ \sqrt{\varepsilon_1} & -\sqrt{\varepsilon_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1^+ \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \xi_2/\sqrt{\varepsilon_2} & \xi_2/\sqrt{\varepsilon_2} \\ \sqrt{\varepsilon_2} & -\sqrt{\varepsilon_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(-j\xi_2 d) & 0 \\ 0 & \exp(j\xi_2 d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2^+ \\ a_2^- \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.84)$$

$z = 0$  :

$$\begin{bmatrix} \xi_2/\sqrt{\varepsilon_2} & \xi_2/\sqrt{\varepsilon_2} \\ \sqrt{\varepsilon_2} & -\sqrt{\varepsilon_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2^+ \\ a_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_3/\sqrt{\varepsilon_3} & \xi_3/\sqrt{\varepsilon_3} \\ \sqrt{\varepsilon_3} & -\sqrt{\varepsilon_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ a_3^- \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

から，TE 波入射の場合と同様に，振幅反射係数  $r (= a_1^+)$  および振幅透過係数  $t (= a_3^-)$  は式 (4.83) で与えられる．

## 4.6 数値計算例

誘電体基板上に装荷されたインピーダンス平板格子による散乱問題を考え，表面インピーダンス境界条件式 (4.59) の有効性について検討する．問題を明確にするため， $Z_s$  が実数である抵抗分  $R_s$  で表される場合と虚数であるリアクタンス分  $X_s$  で表される場合に分けて，表面インピーダンス境界条件の成立する格子の厚さ  $d/\lambda$  の限界を誘電体格子と平板格子の計算結果の比較により調べる．

実際の計算では， $R_s$  または， $X_s$  と格子の厚さ  $d$  を次式のように設定して，格子領域 II を表す複素比誘電率  $\varepsilon_2$  を与える．

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_2' - j\varepsilon_2'' = \begin{cases} 1 - j \frac{1}{(R_s/Z_0)k_0 d} & (\text{抵抗格子}) \\ - \frac{1}{(X_s/Z_0)k_0 d} & (\text{リアクタンス格子}) \end{cases} \quad (4.86)$$

なお，抵抗格子の場合においては， $z \geq 0$  において格子の周囲が空気であり，格子の複素比誘電率の実数部の値を  $\varepsilon_2' = \varepsilon_1 = 1$  のように仮定した．また，領域 I を空気層，領域 III を比誘電率  $\varepsilon_3 = 2.5$  の無損失誘電体とした．誘電体格子の解析では，電磁界成分の空間高調波の展開項数は  $2M + 1 = 301$  とした．また，平板格子の解析では，表面電流の空間高調波の展開項数は  $2M + 1 = 301$  とし，電流展開の既知関数に，次式で表される区分的正弦波関数を用いた．

$$\begin{aligned} \sqrt{Z_0}J(x) &= \sum_{p=1}^K I_p J_p(x) \\ &= \sum_{p=1}^{K-1} \left\{ I_p \frac{\sin(x_p - x)}{\sin T} + I_{p+1} \frac{\sin(x - x_{p+1})}{\sin T} \right\} \exp(-js_0 x) \end{aligned} \quad (4.87)$$

但し，

$$x_p \leq x \leq x_{p+1}, \quad T = W/(K - 1), \quad x_p = -W/2 + (p - 1)T$$

である．上式における展開項数は  $K = 100$  とする．このとき，平板格子の解は十分収束していることを確認した．

### 4.6.1 抵抗格子について

誘電率の虚数部が極めて大きく、厚さが極めて薄い損失誘電体格子を表面インピーダンス境界条件と面電流展開を用いて、 $Z_s = R_s$  の抵抗平板格子とみなせる可能性について調べる。

まず、格子周期  $\Lambda/\lambda = 0.5$ 、格子幅  $W/\Lambda = 0.5$  の損失誘電体格子の格子の厚さ  $d/\lambda$  に対するジュール熱の変化について調べた。ジュール熱損失 (Joule Loss) は、反射率  $R_p$  ( $= \sum_{m=-M}^M \eta_m^r$ ) と透過率  $T_p$  ( $= \sum_{m=-M}^M \eta_m^t$ ) を用いて  $(1 - R_p - T_p)$  で表される。図 4.2 に TE 波入射を、図 4.3 に TM 波入射を示している。図 4.2 の TE 波の場合には、入射角に関わらず、 $R_s = 10, 100, 500 \Omega$  の場合には、格子の厚さ  $d/\lambda$  が 0.01 より薄ければ、 $R_s = 5 \Omega$  の場合には、格子の厚さ  $d/\lambda$  が 0.001 より薄ければ、ジュール熱として消費されるエネルギーはいずれの場合も平板格子の結果に、ほぼ一致していることから、格子の厚さ  $d$  と格子を形成する媒質の導電率  $\sigma$  の積によって表される表面抵抗  $R_s$  が意味を持ち、抵抗平板格子としての扱いの有効性が理解できる。つまり、格子の厚さが厚いときには、平板格子としてではなく、損失誘電体格子として解析する必要がある。図 4.3 の TM 波の場合には、TE 波ほど、良く一致していないが、特性の傾向はほぼ同じと言える。これは、誘電体格子の数値解の収束が困難になるためであり、飛躍的に大きな誘電率変化に伴う電界成分のギブス現象に要因があると推測される。また、 $d/\lambda = 0.01$  のときの表皮深さ  $S_d$  は、 $R_s = 100 \Omega$  では  $S_d/\lambda \approx 0.029$ 、 $500 \Omega$  では  $S_d/\lambda \approx 0.065$  であり、電流が境界面にのみ存在するという近似を用いて表面抵抗を定義できるのは、厚さが表皮深さに比べて薄いときで、電磁波の減衰量が  $1/e$  となる厚さでは、表面インピーダンス境界条件が成立しないことがわかる。

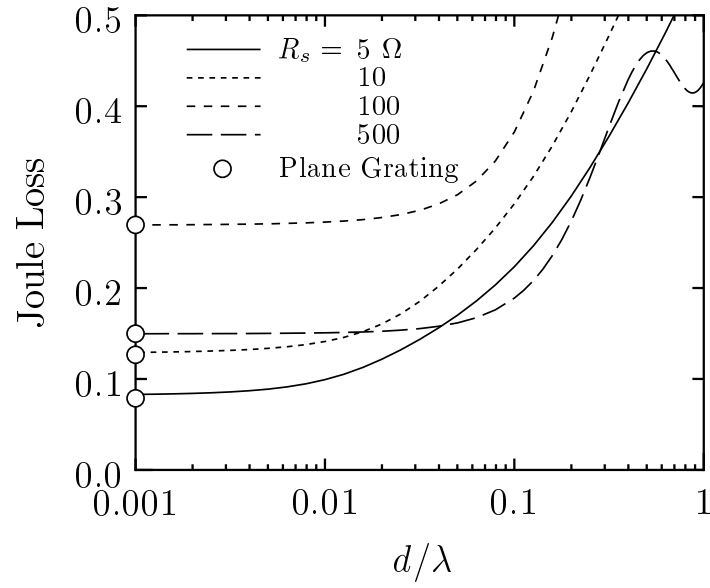
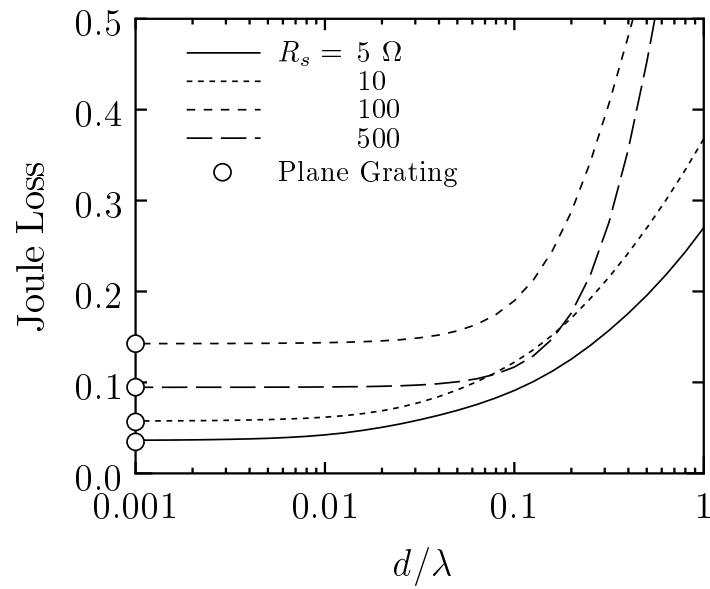
(a)  $\theta_i = 45^\circ$ .(b)  $\theta_i = 75^\circ$ .

図 4.2 格子の厚さに対するジュール熱の変化.

TE 波入射,  $\Lambda/\lambda = 0.5$ ,  $W/\Lambda = 0.5$

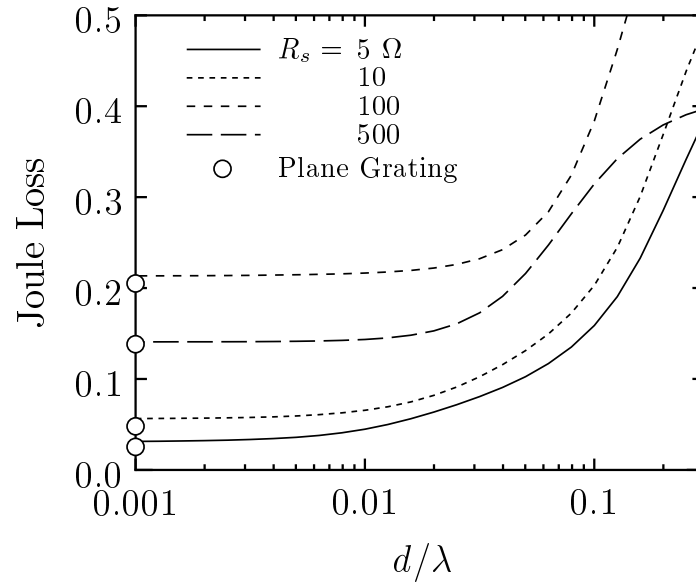
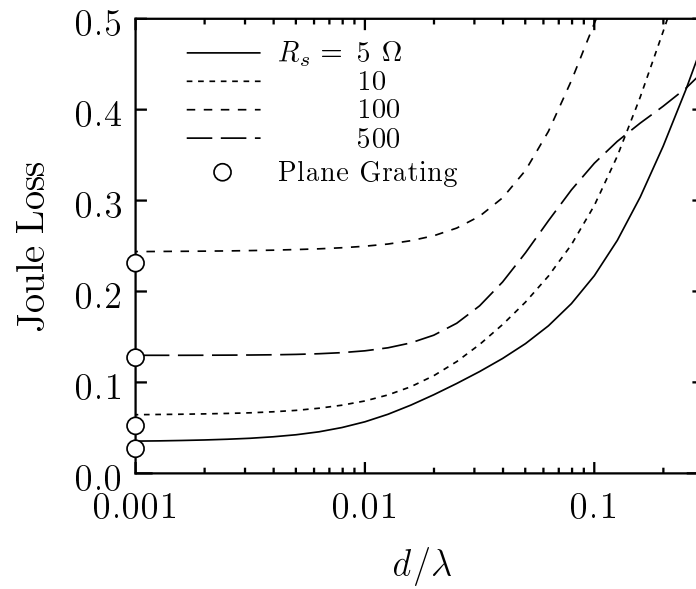
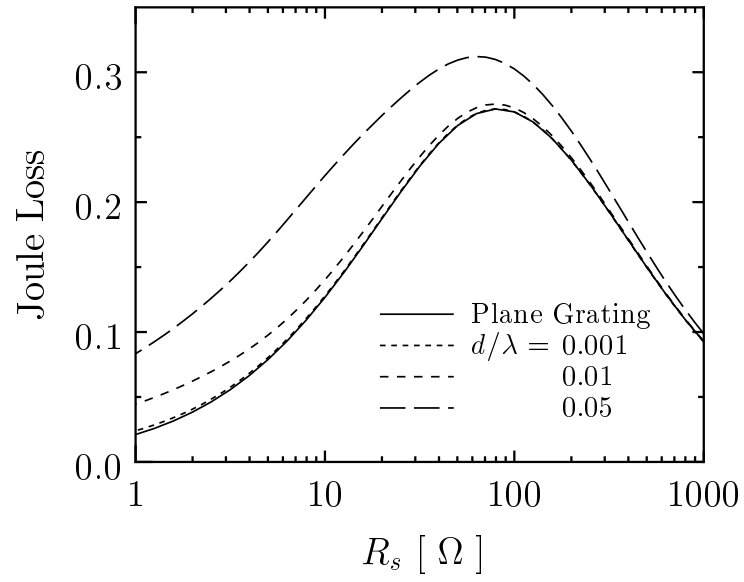
(a)  $\theta_i = 45^\circ$ .(b)  $\theta_i = 75^\circ$ .

図 4.3 格子の厚さに対するジュール熱の変化.

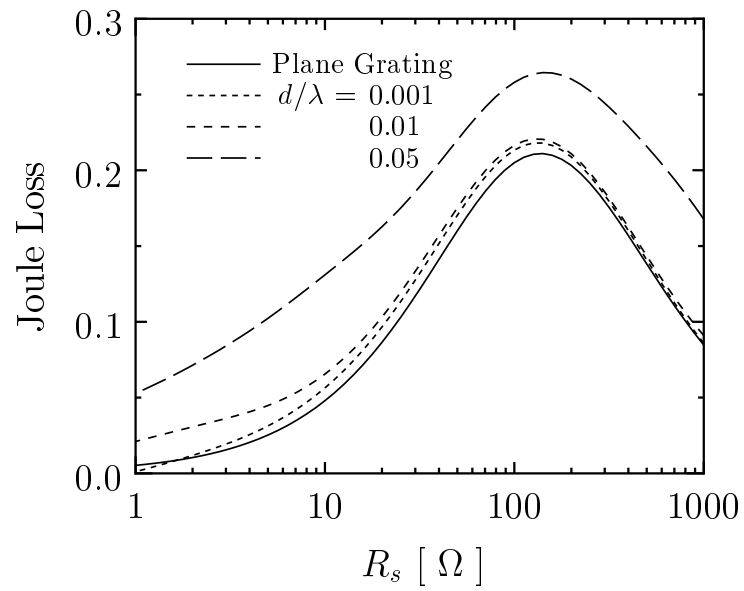
TM 波入射,  $\Lambda/\lambda = 0.5$ ,  $W/\Lambda = 0.5$

次に，表面抵抗  $R_s$  に対するジュール熱の変化を格子の厚さ  $d/\lambda = 0.05, 0.01, 0.001$  の誘電体格子と平板格子について，図 4.4 に示す．同図から， $d/\lambda = 0.001$  のときの誘電体格子と平板格子の結果は，TE 波入射，TM 波入射の場合いずれも，表面抵抗に対してほぼ一致していることがわかる．

格子の幅，周期による違いを調べるために，格子幅  $W/\Lambda = 0.25, 0.5, 0.75$  のときの格子周期  $\Lambda/\lambda$  に対する 0 次回折波の振幅反射係数  $r_0 = \sqrt{\eta_0^r}$  の変化を図 4.5 に示す．本手法のような空間高調波展開による手法を用いて，極めて大きい周期間隔の格子を解析することは，計算量が飛躍的に大きくなり，困難であるため，数値計算例として，周期間隔を  $\Lambda/\lambda = 0.5 \sim 2$  に設定した．同図をみると，格子の厚さ  $d/\lambda = 0.001$  の誘電体格子と平板格子の結果は，格子周期に対してほぼ一致していることがわかる．



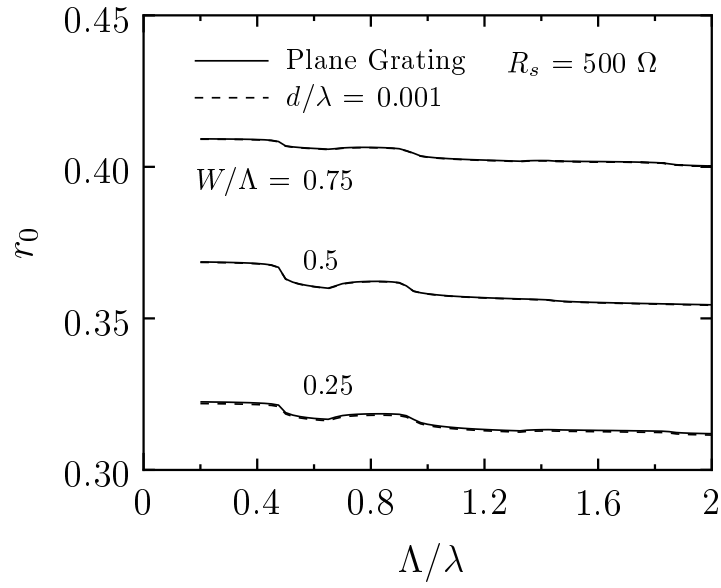
(a) TE 波入射



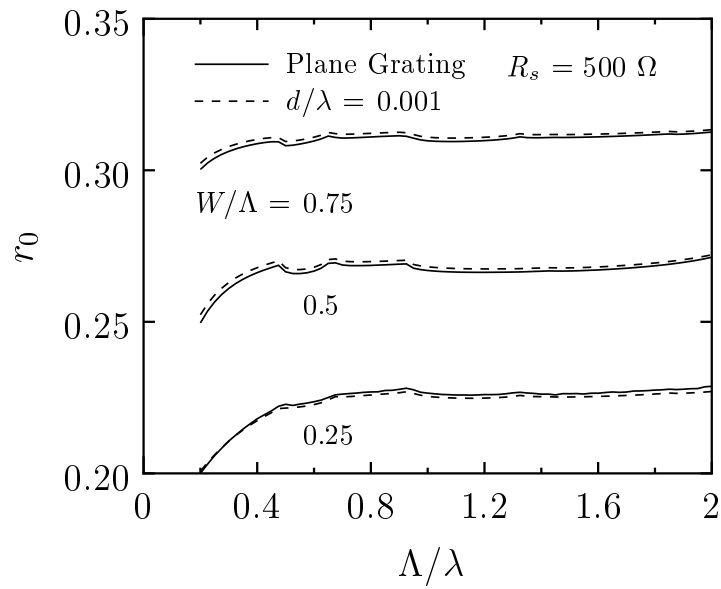
(b) TM 波入射

図 4.4 表面抵抗に対するジュール熱の変化.

$$\theta_i = 45 \text{ deg.}, \Lambda/\lambda = 0.5, W/\Lambda = 0.5$$



(a) TE 波入射



(a) TM 波入射

図 4.5 格子周期に対する振幅反射係数の変化.

$$\theta_i = 30 \text{ deg.}$$



### 4.6.2 リアクタンス格子について

ここでは，表面インピーダンス境界条件と面電流展開を用いて，リアクタンス平板格子とみなせる無損失誘電体格子の厚さの限界について調べる．表面リアクタンスで表される場合，TE 波入射では，平板格子に対して電界成分が平行となるので，平板格子が誘導リアクタンスとして，TM 波入射では，平板格子に対して電界成分が直交するので，容量リアクタンスとして考える<sup>(68 69)</sup>．

まず，格子周期  $\Lambda/\lambda = 0.5$ ，格子幅  $W/\Lambda = 0.5$  の無損失誘電体格子の反射率  $R_p$  について，図 4.6 に TE 波入射を，図 4.7 に TM 波入射の場合を示した．これらの図から，入射角度に関わらず， $|X_s| = 10, 100, 500 \Omega$  の場合，格子の厚さ  $d/\lambda$  が 0.01 よりも薄ければ， $|X_s| = 5 \Omega$  の場合，格子の厚さ  $d/\lambda$  が 0.001 より薄ければ，平板格子の結果にほぼ一致していることから，平板格子として扱え，これより格子が厚いときには誘電体格子として解析しなければならないことがわかる．

次に，表面リアクタンス  $X_s$  に対する反射率，透過率の変化を格子の厚さ  $d/\Lambda = 0.1, 0.01, 0.001$  の誘電体格子と平板格子について図 4.8 に示す． $d/\lambda = 0.001$  のときの誘電体格子と平板格子の結果は，表面リアクタンスに対してほぼ一致していることがわかる．

図 4.9 は格子幅  $W/\Lambda$  が 0.25, 0.5, 0.75 のときの格子周期  $\Lambda/\lambda$  に対する 0 次回折波の振幅反射係数  $r_0$  である．格子の厚さ  $d/\lambda = 0.001$  の誘電体格子と平板格子の結果は，格子の幅，周期に対してほぼ一致していることがわかる．

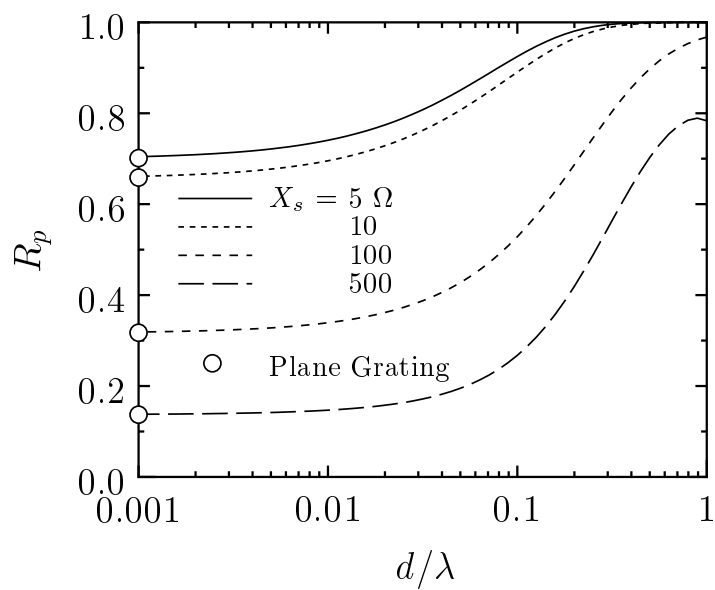
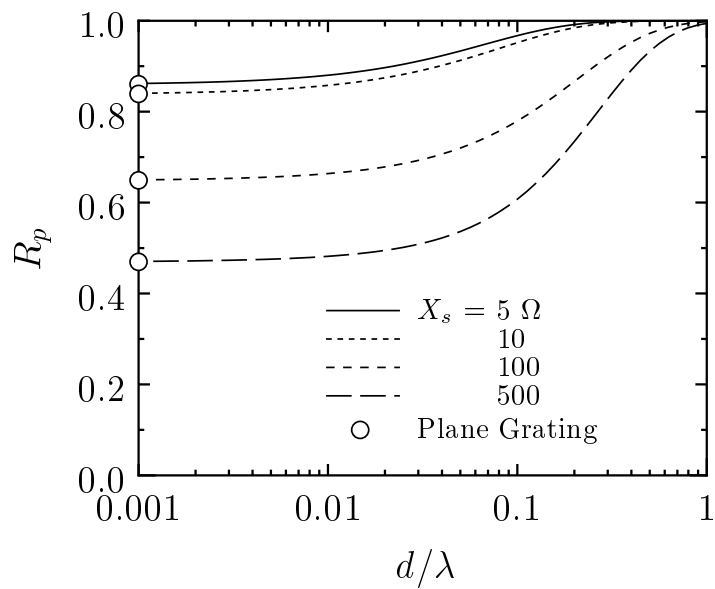
(a)  $\theta_i = 45^\circ$ .(b)  $\theta_i = 75^\circ$ .

図 4.6 格子の厚さに対する反射率の変化.

TE 波入射,  $\Lambda/\lambda = 0.5$ ,  $W/\Lambda = 0.5$

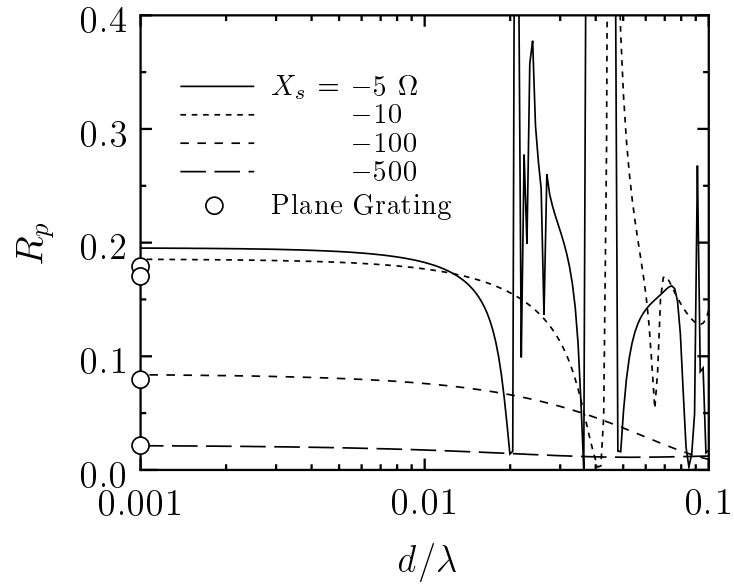
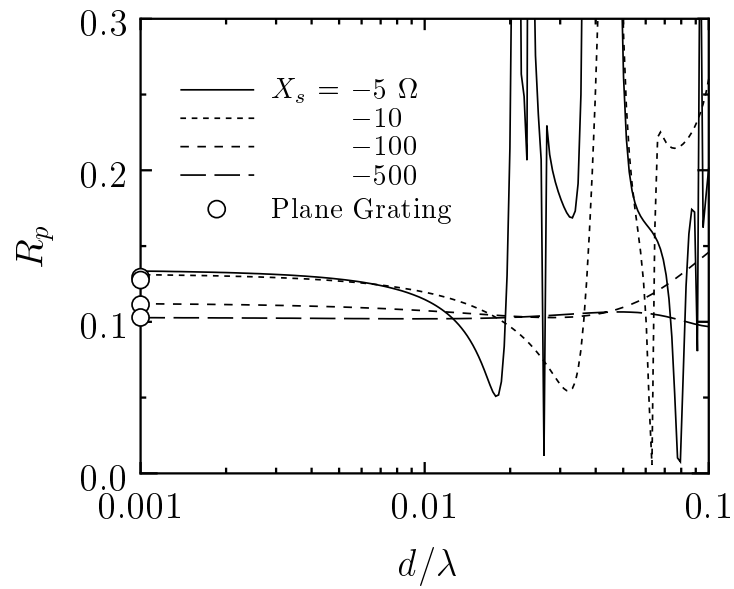
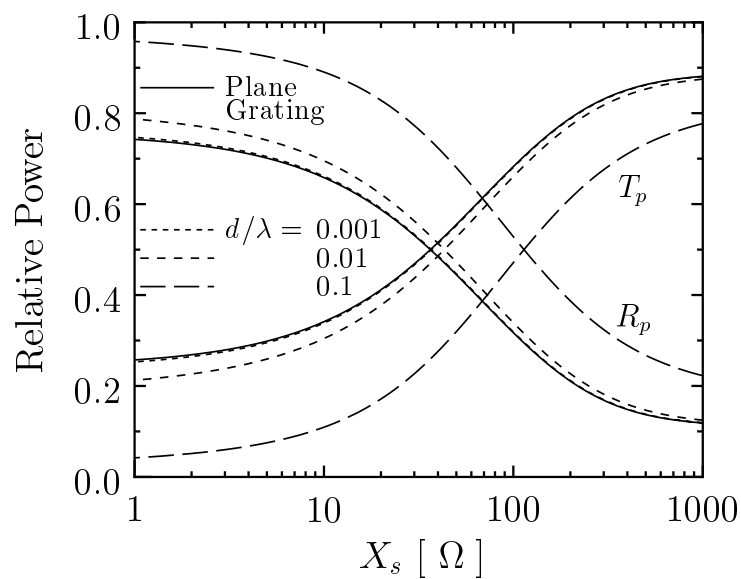
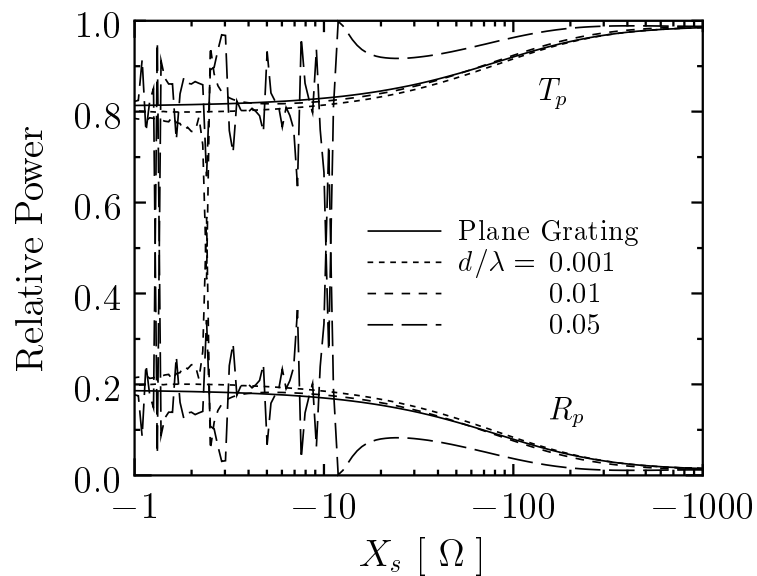
(a)  $\theta_i = 45^\circ$ .(b)  $\theta_i = 75^\circ$ .

図 4.7 格子の厚さに対する反射率の変化.

TM 波入射,  $\Lambda/\lambda = 0.5$ ,  $W/\Lambda = 0.5$



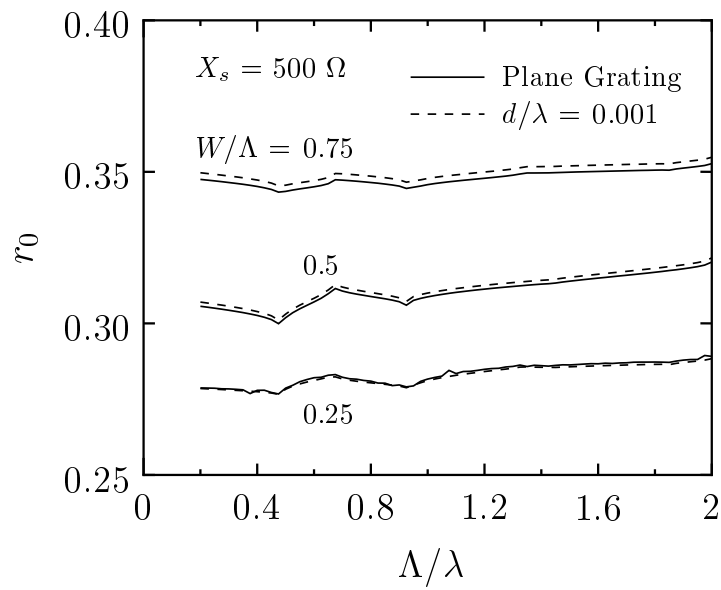
(a) TE 波入射



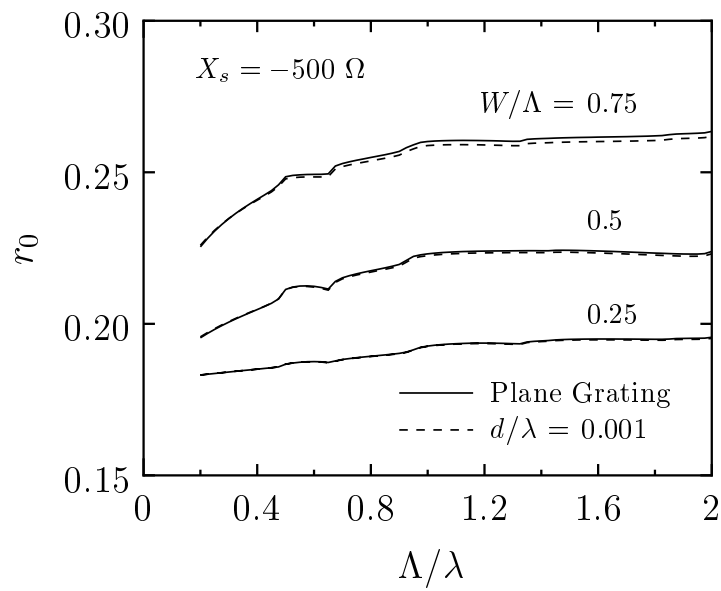
(b) TM 波入射

図 4.8 表面リアクタンスに対する反射率，透過率の変化.

$$\theta_i = 45 \text{ deg.}, \Lambda/\lambda = 0.5, W/\Lambda = 0.5$$



(a) TE 波入射



(b) TM 波入射

図 4.9 格子周期に対する振幅反射係数の変化.

$$\theta_i = 30 \text{ deg.}$$

## 4.7 むすび

本章では，インピーダンス平板格子における表面インピーダンス境界条件の有効性を示し，厚さが極めて薄い金属格子について，厚さを無視する近似により，表面インピーダンスに置き換えた平板格子の計算法を用いて解析できる可能性について検討した．まず，金属格子を複素誘電率と厚さをもつ誘電体格子として扱う計算法には，周期構造を表す誘電率分布のフーリエ級数展開に基づく行列固有値問題に帰着させる解析手法を導入した．一方，厚さを無視した平板格子の計算法として，グリーン関数を用いない数値解に基づくスペクトル領域ガレルキン法による解析手法を用いた．問題点の明確化と数値計算の容易さのため，これらの解析法を同条件同設定のもと，1次元格子について定式化を行った．さらに，誘電体格子と平板格子の様々な散乱特性の計算結果の比較により，TM 波入射の場合，数値解の収束に問題があるものの，金属格子の厚さが薄くなるにつれて，平板格子の解に一致する傾向にあることがわかった．格子の厚さ  $d/\lambda$  が 0.001 より薄いときに，インピーダンス平板格子として扱え，面電流展開と表面インピーダンス境界条件を導入した計算法の妥当性を確認した．

なお，グリーン関数を用いない数値解に基づく本手法は，多層構造やキラル媒質，異方性媒質など有用な伝搬特性を示すアンテナ素子の解析への適用が期待される．

## 第 5 章

# 厚さが変化する金属格子の解析

### 5.1 まえがき

金属格子の解析問題は工学的立場からも重要であり，金属の厚さを無視する近似により，格子表面と境界面における磁界成分の差を表面電流と想定した計算法が用いられている．スペクトル領域ガレルキン法を適用すれば，適当な基底関数で面電流展開することにより，1次元形状だけでなく2方向に周期性をもつ2次元形状素子からなる金属平板格子の解析も可能である．しかしながら，格子の厚さが影響するような波長領域では，厚さを考慮して解析する必要がある．金属格子の厚さを考慮した計算法として，導波管モードを用いた解析法が報告されている<sup>(70 71)</sup>が，完全導体の解析に限られ，表皮深さよりも薄くなるような抵抗導体を扱うことは困難である．

第4章では，周期構造を表す金属格子の誘電率分布をフーリエ級数展開する解析手法により，表皮深さよりも薄い金属格子に対して適用可能であることを示した．金属導体の厚さが一様な平面導体板と設定して定式化を行ったが，この平面導体板は理想的であり，現実的には，金属導体表面の凹凸のため，厚さが変化する．また，磨耗，使用劣化により，表面形状が変化することも考えられ，形状の変化が散乱特性に及ぼす影響を知る上でも，厚さが変化する金属格子の解析は重要である．

本章では，金属の厚さを無視でき，格子表面と境界面における磁界成分の差を電流とみなすことが可能な限界を明らかにする．すなわち，厚さが変化する金属格子について，厚さを無視したインピーダンス平板格子の計算法を用いて解析できる可能性を検討する<sup>(38-42)</sup>．厚さが変化する金属格子を任意形状の表面レリーフ形誘電体格子として扱い，

これを厚さが変化しない方形格子の積み重ねとして階段近似し，各方形格子毎に微分方程式の係数行列の固有値問題に帰着させる多層分割法<sup>(72)</sup>を用いる．厚さを無視した平板格子の解析手法には，表面インピーダンスを境界面に平行な位置の関数として定式化し，表面インピーダンス境界条件式にグリーン関数を用いない数値解に基づくスペクトル領域ガレルキン法を適用する．

金属の厚さは，現実的には波長に対して不規則変化であるが，解析的に論ずるため，表面レリーフ形状として，正弦波形状，三角形形状，非対称形三角形形状を選び，表面レリーフ形誘電体格子と平板格子の計算結果の比較により，金属の厚さを無視する近似の適用限界を明らかにする．また，格子表面と境界面の磁界成分の差を電流と想定する電波領域における考え方について，その妥当性を確認する．さらに，極めて厚さの薄い誘電体格子を平板格子の計算法を用いて解析し，格子のレリーフ形状による特性の違いを比較検討する．なお，本章では第 4 章と同様に 1 次元格子を解析の対象とする．

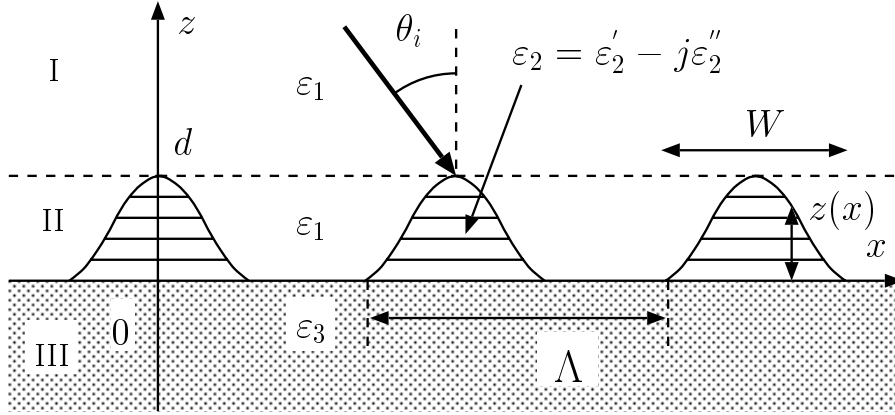
## 5.2 問題の設定

図 5.1 に示すように， $y$  軸方向に一樣な 1 次元格子が， $x$  軸方向に周期  $\Lambda$ ，格子の幅  $W$  で配置されており，平面波が入射角  $\theta_i$  で入射する散乱問題について考える．同図 (a) は格子の厚さが薄い任意断面形状  $z(x)$  の表面レリーフ形誘電体格子である．同図 (b) は位置の関数で表される表面インピーダンス  $Z_s(x)$  をもつ平板格子である．同図 (a) (b) の領域 I, III の比誘電率はそれぞれ  $\varepsilon_1, \varepsilon_3$  で表され，無損失媒質とする．同図 (a) の格子領域 II については，比誘電率  $\varepsilon_1$  の無損失媒質中に比誘電率  $\varepsilon_2 = \varepsilon_2' - j\varepsilon_2''$ ，厚さ  $z(x) = d f(x)$  によって表される格子が配置されている． $d$  は格子の溝の深さを表す．また，格子の厚さ  $z(x)$  は極めて薄いので，同図 (b) に示すインピーダンス平板格子と近似的に考えることも可能である．

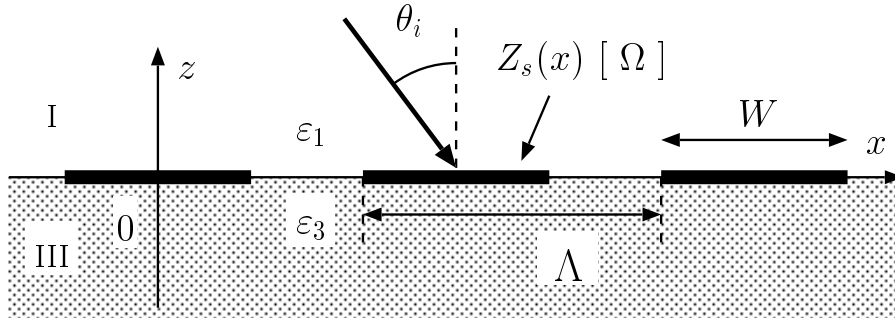
本章では，厚さが変化する金属格子について，厚さを無視する近似の適用限界を抵抗格子とリアクタンス格子の場合に分けて明らかにする．格子の導電率  $\sigma$  が極めて大きい場合には，

$$R_s(x) = \frac{1}{\sigma z(x)} = \frac{1}{(1/Z_0) \varepsilon_2'' k_0 d f(x)} = R_{s0} \frac{1}{f(x)} \quad (5.1)$$





(a) 厚さが変化する金属格子 (誘電体格子)



(b) 平板格子

図 5.1 厚さが変化する格子と平板格子による散乱問題.

のように表面抵抗として扱うことができ，比誘電率の実数部  $\varepsilon_2'$  の絶対値が極めて大きい場合には，

$$X_s(x) = \frac{1}{\omega \varepsilon_2 \varepsilon_0 z(x)} = \frac{1}{\omega \varepsilon_2 \varepsilon_0 d f(x)} = X_{s0} \frac{1}{f(x)} \quad (5.2)$$

のように表面リアクタンスとして扱うことができる． $R_{s0}$ ， $X_{s0}$  はそれぞれ，厚さ  $z(x) = d$  における表面抵抗，表面リアクタンスである．

以下の理論において，空間変数  $(x, y, z)$  はすべて波数  $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 2\pi/\lambda$  で規格化し， $k_0 x \rightarrow x$ ， $k_0 y \rightarrow y$ ， $k_0 z \rightarrow z$  と簡略化して定式化を行う．構造の周期性より，電磁界の各成分  $E_\ell$ ， $H_\ell$  ( $\ell = x, y, z$ ) は展開係数  $e_{\ell m}(z)$ ， $h_{\ell m}(z)$  とする空間高調波によって

次式のように展開表示できる．

$$\sqrt{Y_0} E_\ell = \sum_{m=-M}^M e_{\ell m}(z) \exp(-j s_m x) \quad (5.3)$$

$$\sqrt{Z_0} H_\ell = \sum_{m=-M}^M h_{\ell m}(z) \exp(-j s_m x) \quad (5.4)$$

$$s_m = s_0 + m\lambda/\Lambda, \quad s_0 = \sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta_i \quad (5.5)$$

規格化された空間座標に対する無次元化されたマクスウェルの方程式は

$$\overline{\text{curl}} \sqrt{Y_0} \mathbf{E} = -j \sqrt{Z_0} \mathbf{H} \quad (5.6)$$

$$\overline{\text{curl}} \sqrt{Z_0} \mathbf{H} = j \varepsilon(x, z) \sqrt{Y_0} \mathbf{E} \quad (5.7)$$

のように表される．ここで， $Z_0 = 1/Y_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$  であり， $\overline{\text{curl}}$  は規格化された回転 (rotation) を示している．

### 5.3 任意形状表面レリーフ形誘電体格子としての取り扱い

図 5.1 (b) のような厚さが変化する金属格子を任意形状表面レリーフ形誘電体格子として取り扱う．解析手法として，第 4 章における方形誘電体格子の行列固有値による計算法に帰着させる多層分割法<sup>(72)</sup>を用いる．格子領域の比誘電率  $\varepsilon_2(x, z)$  は  $m$  次のフーリエ係数  $b_m(z)$  を用いれば，媒質の周期性より打ち切り次数  $M_f$  によって，次式のようにフーリエ展開できる．

$$\varepsilon_2(x, z) = \sum_{m=-M_f}^{M_f} b_m(z) \exp \{ jm (\lambda/\Lambda) x \} \quad (5.8)$$

$$b_m(z) = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \varepsilon_2(x, z) \exp \{ -jm (\lambda/\Lambda) x \} dx \quad (5.9)$$

電磁界の接線成分に関する展開係数から  $(2M+1)$  元の列ベクトル

$$\mathbf{e}_\ell(z) = [e_{\ell-M}(z) \cdots e_{\ell 0}(z) \cdots e_{\ell M}(z)]^t \quad (5.10)$$

$$\mathbf{h}_\ell(z) = [h_{\ell-M}(z) \cdots h_{\ell 0}(z) \cdots h_{\ell M}(z)]^t \quad (5.11)$$

を導入し，電磁界の  $x, y$  成分に関して整理すれば，行列微分方程式

$$\frac{d\mathbf{F}}{dz} = j [C(z)] \mathbf{F}(z) \quad (5.12)$$

TE-waves:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} e_y \\ h_x \end{bmatrix}, \quad [C(z)] = \begin{bmatrix} [0] & [1] \\ [\varepsilon] - [s]^2 & [0] \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

TM-waves:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} e_x \\ h_y \end{bmatrix}, \quad [C(z)] = \begin{bmatrix} [0] & -[1] + [s][\varepsilon]^{-1}[s] \\ -[\varepsilon] & [0] \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

を得る．但し，係数行列  $[C(z)]$  を構成する小行列は  $m$  行  $n$  列の要素表現を用いて

$$[\varepsilon] = [b_{n-m}(z)], \quad [s] = [s_m \delta_{mn}], \quad [1] = [\delta_{mn}] \quad (5.15)$$

によって表される．また， $[0]$  は零行列を， $[\varepsilon]^{-1}$  は  $[\varepsilon]$  の逆行列を表し， $\delta_{mn}$  はクロネックデルタを表している．ここで， $[C(z)]$  は  $z$  の関数であるために，行列固有値による手法を用いて直接，微分方程式 (5.12) を解くことは出来ない．しかしながら，格子領域を多層分割して，各層内において  $z$  軸方向に対して格子の形状が変化しないものとするれば，各層毎に微分方程式を係数行列の行列固有値問題に帰着させて解析できる．すなわち，格子領域を図 5.2 のように， $(L-2)$  層に分割して，方形格子の積み重ねとして階段状に近似する多層分割法を用いる． $\mathbf{F}$  を  $2(2M+1)$  元の列ベクトル  $\mathbf{a}(z)$  を導入して

$$\mathbf{F}(z) = [T] \mathbf{a}(z) \quad (5.16)$$

のように変換すれば，行列微分方程式 (5.12) の解は固有値  $\kappa_m$  と対角化行列  $[T]$  を用いて

$$\mathbf{F}(z) = [T] [\exp\{j\kappa_m(z - z_0)\} \delta_{mn}] \mathbf{a}(z_0) \quad (5.17)$$

と表される．領域 I, III の均質媒質では，解析的に固有値

$$\kappa_m^\pm = \mp \xi_m = \mp \sqrt{\varepsilon - s_m^2} \quad (5.18)$$

と対角化行列  $[T]$  が求められる．固有値  $\kappa_m$  の符号より， $\mathbf{a}(z)$  は伝搬方向別の複素振幅  $a^\pm(z)$  に分離して表記できる． $\xi_m$  は複素数の虚数部が負となるように符号選択し，固有ベクトルは  $-e_{ym} h_{xm}^* = \pm \xi_m$ ， $e_{xm} h_{ym}^* = \pm \xi_m$  となるように規格化している．

各層間の境界条件より，

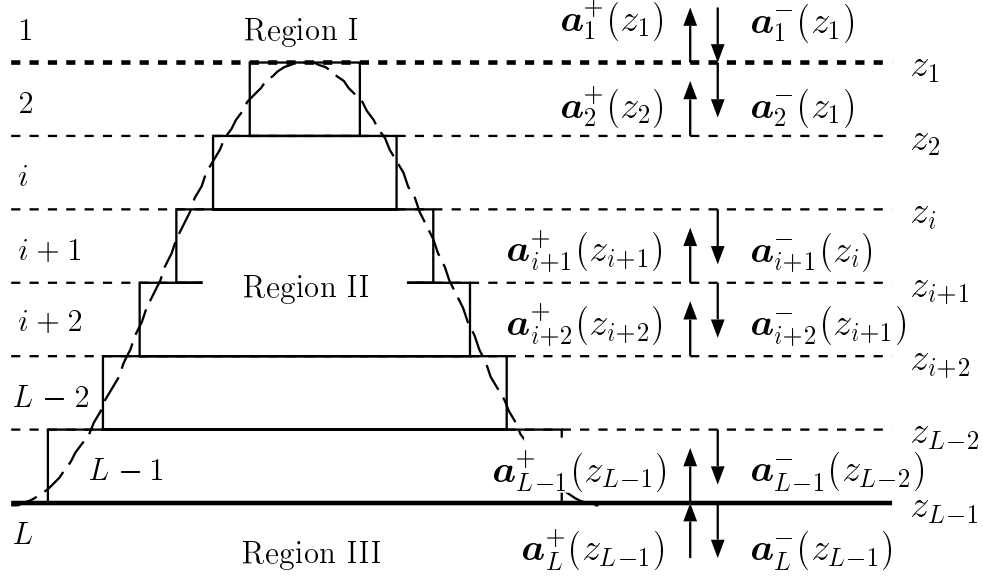


図 5.2 格子領域の階段近似.

$z = z_1 = d :$

$$[T_1] \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^+(z_1) \\ \mathbf{a}_1^-(z_1) \end{bmatrix} = [T_2] \begin{bmatrix} [U(\kappa_2^+, z_1 - z_2)] & [0] \\ [0] & [1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_2^+(z_2) \\ \mathbf{a}_2^-(z_1) \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$z = z_i \quad (i = 2 \cdots L-2) :$

$$\begin{aligned} [T_i] \begin{bmatrix} [1] & [0] \\ [0] & [U(\kappa_i^-, z - z_{i-1})] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_i^+(z_i) \\ \mathbf{a}_i^-(z_{i-1}) \end{bmatrix} \\ = [T_{i+1}] \begin{bmatrix} [U(\kappa_{i+1}^+, z - z_{i+1})] & [0] \\ [0] & [1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{i+1}^+(z_{i+1}) \\ \mathbf{a}_{i+1}^-(z_i) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.20)$$

$z = z_{L-1} = 0 :$

$$[T_{L-1}] \begin{bmatrix} [1] & [0] \\ [0] & [U(\kappa_{L-1}^-, z_{L-1} - z_{L-2})] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{L-1}^+(z_{L-1}) \\ \mathbf{a}_{L-1}^-(z_{L-2}) \end{bmatrix} = [T_L] \begin{bmatrix} \mathbf{a}_L^+(z_{L-1}) \\ \mathbf{a}_L^-(z_{L-1}) \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

の線形方程式が得られる．但し，上式において， $\mathbf{a}_1^-(z_1)$  は領域 I からの入射波として， $\mathbf{a}_L^+(z_{L-1})$  は領域 III の放射条件として，

$$\mathbf{a}_1^-(z_1) = [0 \cdots 1 \cdots 0]^t, \quad \mathbf{a}_L^+(z_{L-1}) = [0 \cdots 0 \cdots 0]^t \quad (5.22)$$

のように与えられる．従って，未知数  $a_1^+(z_1)$  ,  $a_{L-1}^-(z_{L-1})$  が求められれば，誘電体格子の  $m$  次反射および透過回折効率はそれぞれ，次式で与えられる．

$$\eta_m^r = \frac{| \operatorname{Re}\{\kappa_{1m}^+\} | | a_{1m}^+(z_1) |^2}{| \operatorname{Re}\{\kappa_{10}^-\} |} \quad (5.23)$$

$$\eta_m^t = \frac{| \operatorname{Re}\{\kappa_{Lm}^-\} | | a_{Lm}^-(z_{L-1}) |^2}{| \operatorname{Re}\{\kappa_{10}^-\} |} \quad (5.24)$$

## 5.4 表面インピーダンスを有する平板格子としての取り扱い

格子の厚さを無視した平板格子の解析手法に，数少ない電流展開項数で実用的な解が求められるスペクトル領域ガレルキン法による手法を用いる．金属格子の厚さが変化するため，表面インピーダンスは境界面に平行な位置  $x$  の関数  $Z_s(x)$  で表される．従って，表面インピーダンス境界条件は， $z = 0$  において，表面インピーダンス  $Z_s(x)$  ，面電流密度  $J(x)$  ，平板格子上の電界の接線成分  $E_{\tan}(x)$  によって，

$$\sqrt{Y_0} E_{\tan}(x) - (Z_s(x)/Z_0) \sqrt{Z_0} J(x) = 0 \quad (-W/2 \leq x \leq W/2) \quad (5.25)$$

のように定義される．電界の接線成分  $E_{\tan}(x)$  は平板格子が存在しない場合の 1 次界  $E_{\tan}^{1st}(x)$  と表面電流源  $J(x)$  による 2 次界  $E_{\tan}^{2nd}(x)$  の和で表され，

$$\begin{aligned} \sqrt{Y_0} E_{\tan}(x) &= \sqrt{Y_0} \{ E_{\tan}^{1st}(x) + E_{\tan}^{2nd}(x) \} \\ &= \overline{e_0(0)} \exp(-js_0x) + \sum_{m=-M}^M g_m(0) j_m \exp(-js_mx) \end{aligned} \quad (5.26)$$

となる．ここで， $g_m(z)$  はスペクトル領域のグリーン関数， $j_m$  は空間高調波の展開係数であり，

$$\sqrt{Z_0} J(x) = \sum_{m=-M}^M j_m \exp(-js_mx) \quad (5.27)$$

$$j_m = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \sqrt{Z_0} J(x) \exp(-js_mx) dz \quad (5.28)$$

によって表される．表面電流  $J(x)$  は  $K$  項の既知関数  $J_p(x)$  を用いて

$$\sqrt{Z_0} J(z) = \sum_{p=1}^K I_p J_p(x), \quad j_m = \sum_{p=1}^K I_p j_{pm} \quad (5.29)$$

のように展開表示すれば，スペクトル領域ガレルキン法により，

$$\sum_{p=1}^K Z_{pq} I_p = V_q \quad (q = 1, 2, \dots, K) \quad (5.30)$$

$$Z_{pq} = \sum_{m=-M}^M j_{qm}^* g_m(0) j_{pm} - \frac{1}{\Lambda} \int_{-W/2}^{W/2} J_q^* (Z_s(x)/Z_0) J_p dx \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned} V_q &= - \frac{\overline{e_0(0)}}{\Lambda} \int_{-W/2}^{W/2} J_q^*(x) \exp(-js_0 x) dx \\ &= - \overline{e_0(0)} j_{q0}^* \end{aligned} \quad (5.32)$$

で表される  $K$  元の線形方程式が得られる．電流の展開係数  $I_p$  が求められれば，電流分布  $J(x)$  が決定される．また，4.4.2 節で述べたように，グリーン関数  $g_m(z)$  に相当する数値解は行列固有値による手法を用いることにより簡単に求めることができる．空間高調波の展開項数を  $2M + 1 = 1$  に設定すれば，周期構造を持たない単なる多層基板であり， $m$  次の各規格化伝搬定数  $s_m$  に対して電流源  $j_m$  によるグリーン関数に相当する数値解が求められる<sup>(21 42)</sup>．平板格子による  $m$  次反射および透過回折効率はそれぞれ，次式で与えられる．

$$\eta_m^r = \frac{| \operatorname{Re}\{\kappa_{1m}^+\} | | a_{1m}^+(0) j_m + a_{10}^+(0) \delta_{0m} |^2}{| \operatorname{Re}\{\kappa_{10}^-\} |} \quad (5.33)$$

$$\eta_m^t = \frac{| \operatorname{Re}\{\kappa_{3m}^-\} | | a_{3m}^-(0) j_m + a_{30}^-(0) \delta_{0m} |^2}{| \operatorname{Re}\{\kappa_{10}^-\} |} \quad (5.34)$$

## 5.5 数値計算例

厚さが変化する 1 次元金属格子に対して，格子の厚さが極めて薄い場合に平板格子の計算法を用いて解析できる可能性を抵抗格子，リアクタンス格子の場合について検討する．

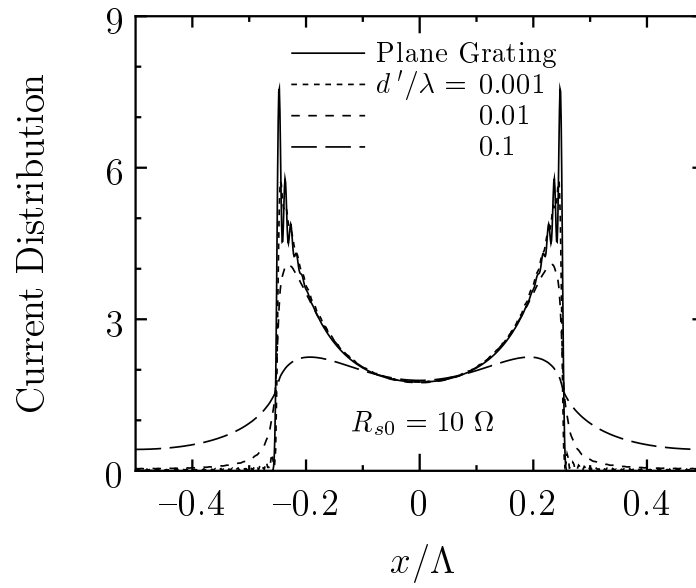
実際の計算では，格子領域 II を表す複素比誘電率  $\varepsilon_2$  は  $R_{s0}$  または  $X_{s0}$  と格子の溝の深さ  $d$  を設定することにより，与えられる．なお，抵抗格子の場合には，複素比誘電率の実数部の値を  $\varepsilon'_2 = 1$  のように仮定した．一方，境界面に平行な位置の関数として表される  $R_s(x)$ ， $X_s(x)$  はそれぞれ， $R_{s0}$ ， $X_{s0}$  と格子形状  $f(x)$  によって与えられる．厚さが変化する金属格子として， $f(x)$  が

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (\text{方形}) \\ \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{x}{W} \right) \right\} & (\text{正弦波形}) \\ 1 - \frac{2}{W}|x| & (\text{三角形}) \\ \frac{1}{W}x + \frac{1}{2} & (\text{非対称三角形}) \end{cases} \quad (5.35)$$

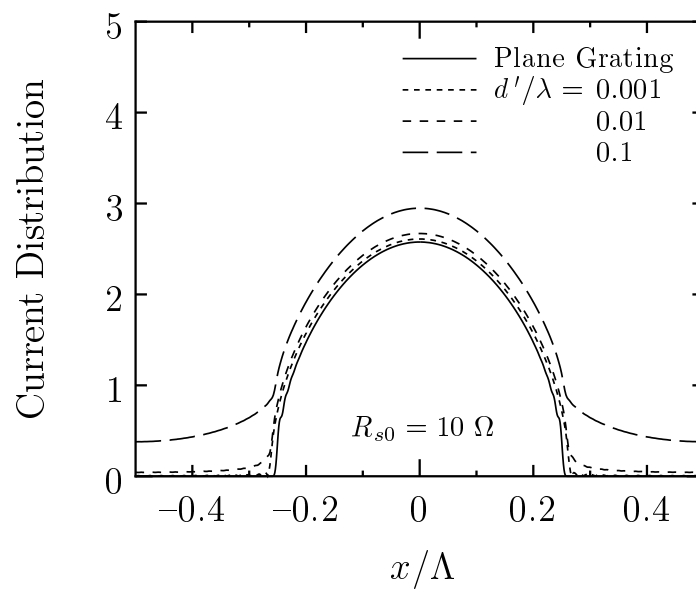
$(-W/2 \leq x \leq W/2)$

で表される方形，正弦波形，三角形，非対称三角形の格子形状をもつ表面レリーフ形誘電体格子を考える．但し，比較のため，格子の厚さ  $z(x)$  に対して， $\int_{-W/2}^{W/2} z(x) dx$  が一定になるように  $f(x)$  を設定した．つまり，方形格子における溝の深さは  $z(x) = d/2 (= d')$  であり，抵抗値，リアクタンス値はそれぞれ， $R_s(x) = 2 R_{s0}$ ， $X_s(x) = 2 X_{s0}$  となる．以下の数値計算では，領域 I を空気層，領域 III を比誘電率  $\varepsilon_3 = 2.5$  の無損失誘電体とした．上の 4 つの誘電体格子の解析では，解の収束性と所要計算時間の関係から電磁界成分の空間高調波の展開項数，格子領域の多層分割による階段近似数  $L$  を決めた．正弦波形状の表面レリーフの場合には，位置によって形状の変化度が異なるので，形状の変化に応じて分割する厚さを変える分割方法 (付録 C 参照) を用いた．平板格子では，表面電流の空間高調波の展開項数を  $2M + 1 = 301$  とした．また，式 (5.31) において， $Z_s(x)$  が任意で表されるため，電流展開の既知関数にステップ関数を用いて展開項数を  $K = 100$  とした．このとき，平板格子の解は十分，収束していることを確認した．

まず，周期  $\Lambda/\lambda = 0.5$ ，幅  $W/\Lambda = 0.5$  の 1 次元格子の電磁波散乱を考え，格子の



(a) TE 波入射

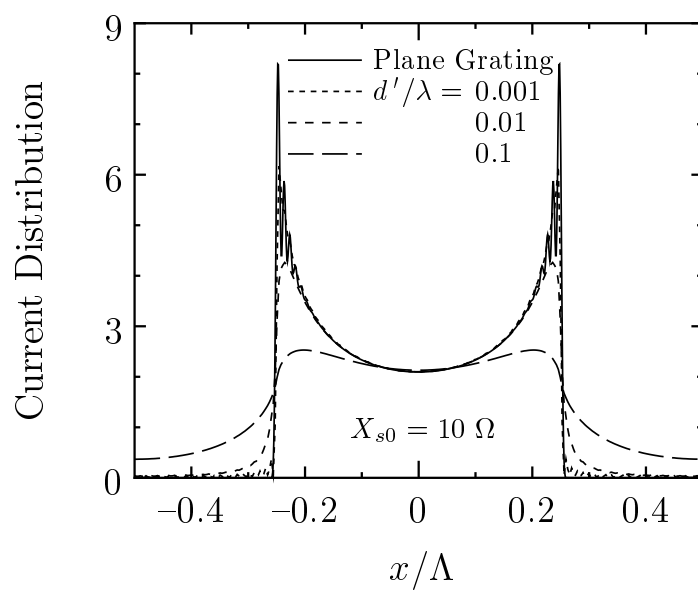


(b) TM 波入射

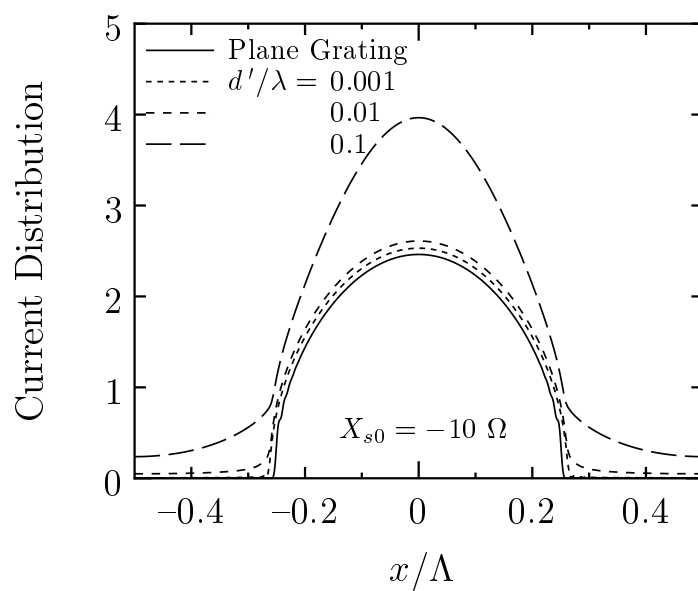
図 5.3 抵抗方形格子の電流分布.

$\theta_i = 0 \text{ deg.}$  ,  $\Lambda/\lambda = 0.5$  ,  $W/\Lambda = 0.5$  ,  $2M + 1 = 201$  ,  $L = 3$





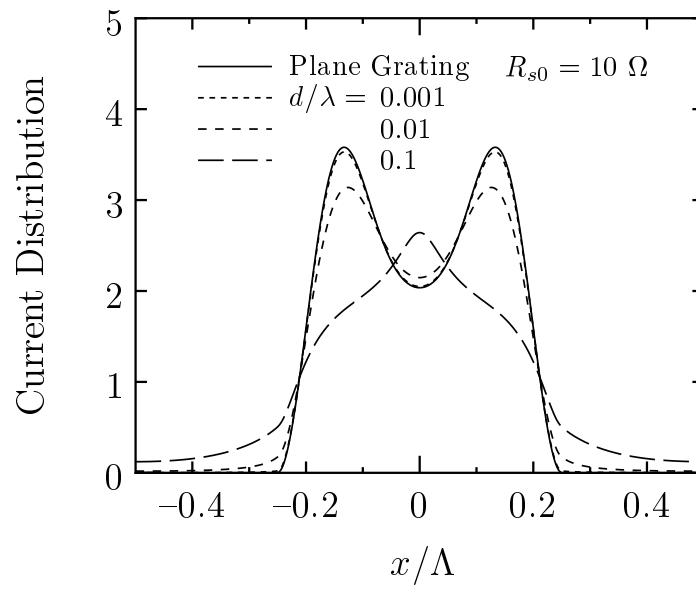
(a) TE 波入射



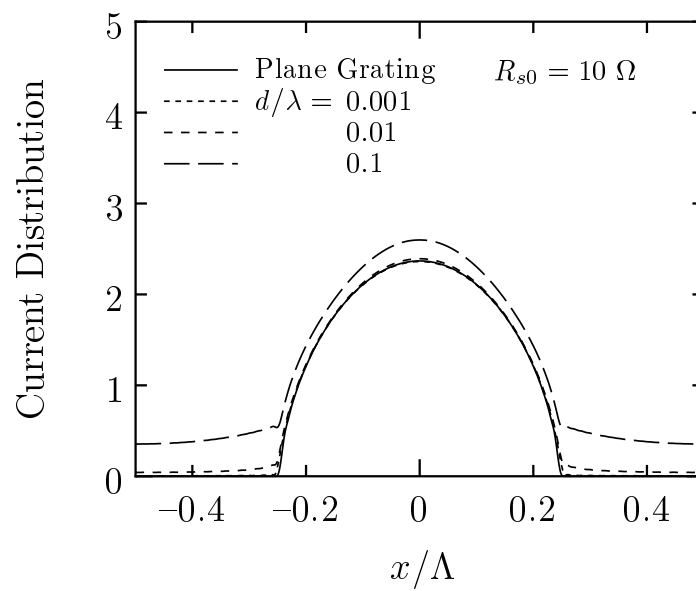
(b) TM 波入射

図 5.4 リアクトンス方形格子の電流分布.

$\theta_i = 0 \text{ deg.}$  ,  $\Lambda/\lambda = 0.5$  ,  $W/\Lambda = 0.5$  ,  $2M + 1 = 201$  ,  $L = 3$



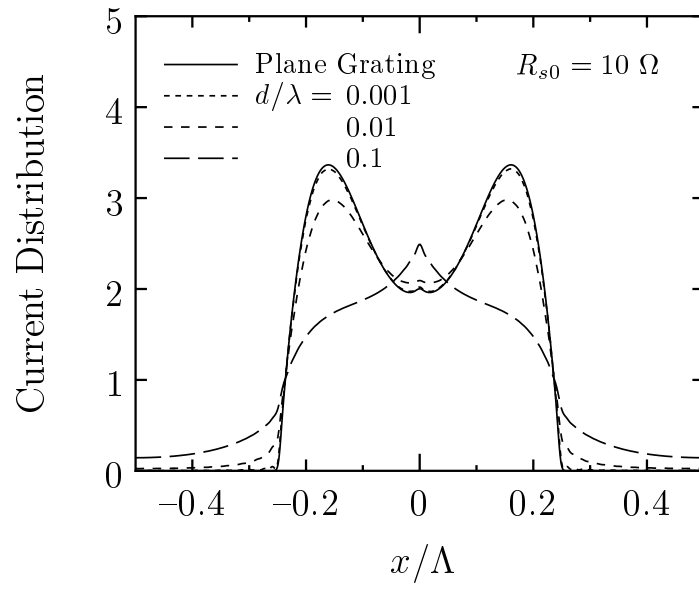
(a) TE 波入射



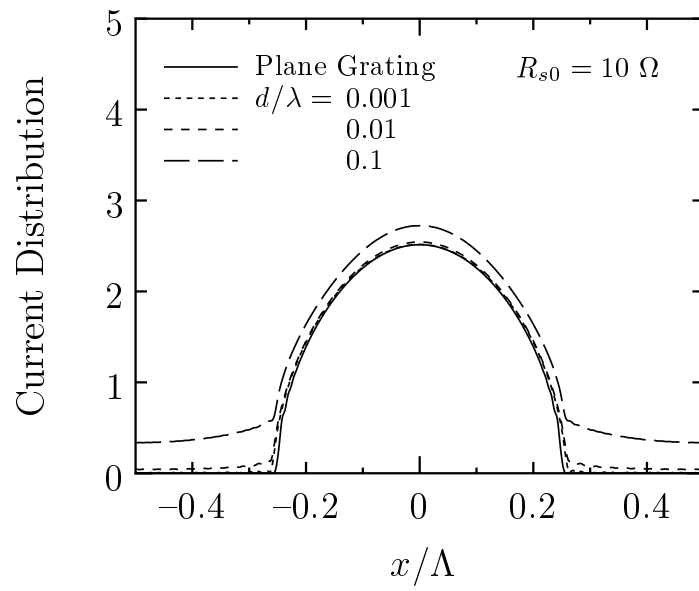
(b) TM 波入射

図 5.5 抵抗正弦波形格子の電流分布.

$\theta_i = 0 \text{ deg.}$  ,  $\Lambda/\lambda = 0.5$  ,  $W/\Lambda = 0.5$  ,  $2M + 1 = 151$  ,  $L = 30$



(a) TE 波入射



(b) TM 波入射

図 5.6 抵抗三角形格子の電流分布.

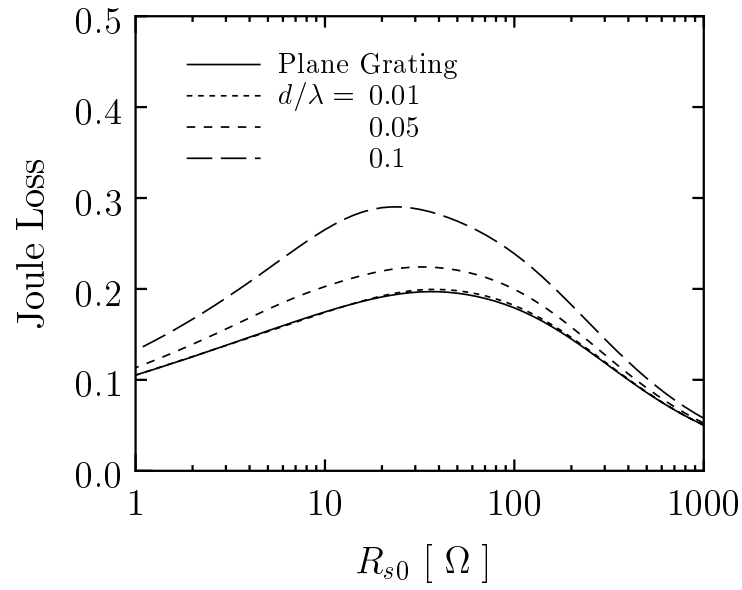
$\theta_i = 0 \text{ deg.}$  ,  $\Lambda/\lambda = 0.5$  ,  $W/\Lambda = 0.5$  ,  $2M + 1 = 151$  ,  $L = 30$

溝の深さ  $d'/\lambda = 0.1, 0.01, 0.001$  の方形誘電体格子と平板格子の電流分布を比較する． $R_{s0} = 10 \Omega$  の抵抗格子の場合を図 5.3 に示す．リアクタンス格子の場合，第 4 章と同様に TE 波において誘導性，TM 波において容量性と考え， $X_{s0} = 10 \Omega$  (TE 波)， $X_{s0} = -10 \Omega$  (TM 波) の場合を図 5.4 に示す．本章では，誘電体格子において，格子表面と領域 III の境界  $x_{L-1}$  における磁界成分の差を平板格子の電流  $\sqrt{Z_0}J(x)$  に相当する量と考えて比較する．但し，格子表面は，階段近似 (図 5.2 参照) による方形格子の表面とする．TE 波，TM 波入射の場合共に，格子の溝の深さ  $d'/\lambda = 0.001$  のとき，平板格子の結果に良く一致していること，抵抗平板格子とリアクタンス平板格子の電流分布波形は良く似ていることがわかる．また，TE 波入射において，溝の深さ  $d'/\lambda = 0.01, 0.001$  の誘電体格子と平板格子の電流分布では，端点の特異性による影響が現われている．

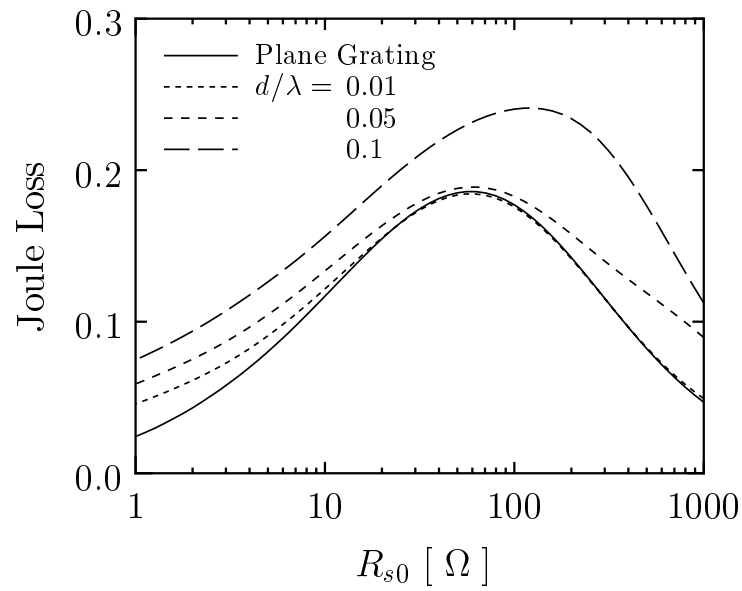
図 5.5 に正弦波形，図 5.6 に三角形の抵抗格子の場合を示す．格子の溝の深さ  $d/\lambda = 0.001$  のとき，平板格子の結果に良く一致している．TE 波入射では端点の特異性による影響が小さいことがわかる．図 5.3 (b)，5.4 (b)，5.5 (b)，5.6 (b) の TM 波入射の場合，格子に対して電界成分が直交しているため，格子形状による電流分布波形の違いは小さいことがわかる．図 5.3 から図 5.6 の電流分布の比較では，格子の溝の深さ  $d/\lambda = 0.001$  程度で平板格子として扱えることがわかる．

格子の溝の深さ  $d/\lambda = 0.1, 0.05, 0.01$  の正弦波形誘電体格子と平板格子 (周期  $\Lambda/\lambda = 0.5$ ，格子幅  $W/\Lambda = 0.5$ ) について，抵抗格子による表面抵抗に対するジュール熱の変化を図 5.7 に，リアクタンス格子による表面リアクタンスに対する反射率，透過率の変化を図 5.8 に示す．ジュール熱損失 (Joule Loss) は，反射率  $R_p (= \sum_{m=-M}^M \eta_m^r)$  と透過率  $T_p (= \sum_{m=-M}^M \eta_m^t)$  を用いて  $(1 - R_p - T_p)$  で表される．電流分布では，格子の溝の深さ  $d/\lambda = 0.001$  のときに平板格子の結果に良く一致した．図 5.7，5.8 の散乱特性では，表面抵抗，表面リアクタンスそれぞれに対して広い範囲で，溝の深さ  $d/\lambda = 0.01$  のとき，平板格子の結果に良く一致している．

次に，非対称格子の例として，非対称三角形格子を考え，溝の深さ  $d/\lambda = 0.01$  の誘電体格子と平板格子について  $R_{s0} = 100 \Omega$  における 0 次回折波の振幅反射係数  $r_0 (= \sqrt{\eta_0^r})$  を図 5.9 に示す．TE 波，TM 波入射において両者は，格子幅  $W/\Lambda$ ，格子周期  $\Lambda/\lambda$  に対して良く一致していることがわかる．



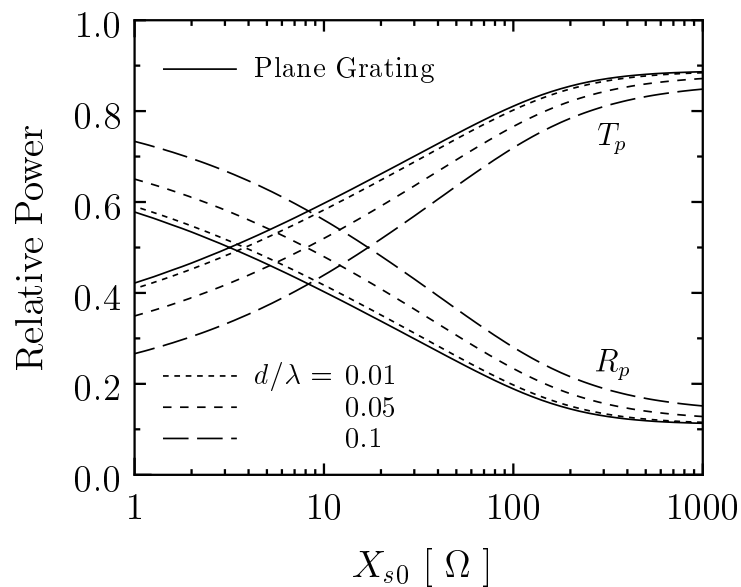
(a) TE 波入射



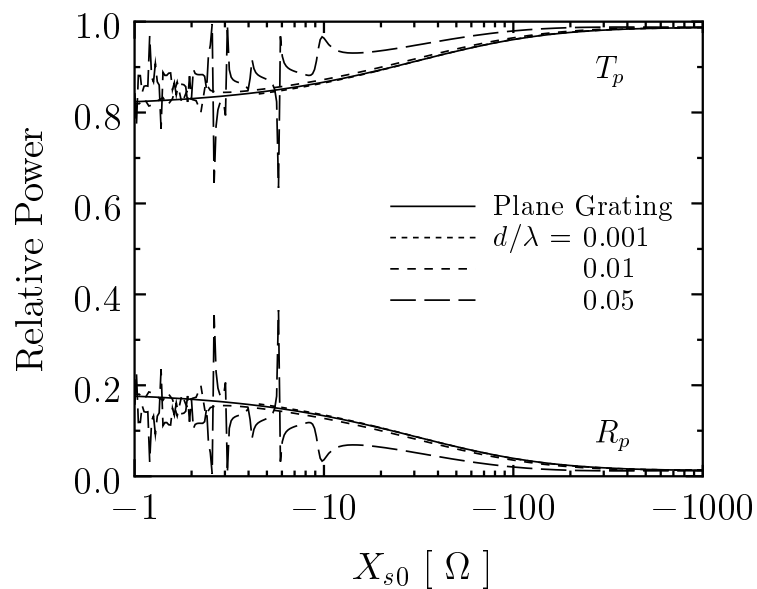
(b) TM 波入射

図 5.7 正弦波形格子による表面抵抗に対するジュール熱の変化.

$\theta_i = 45 \text{ deg.}$  ,  $\Lambda/\lambda = 0.5$  ,  $W/\Lambda = 0.5$  ,  $2M + 1 = 151$  ,  $L = 30$



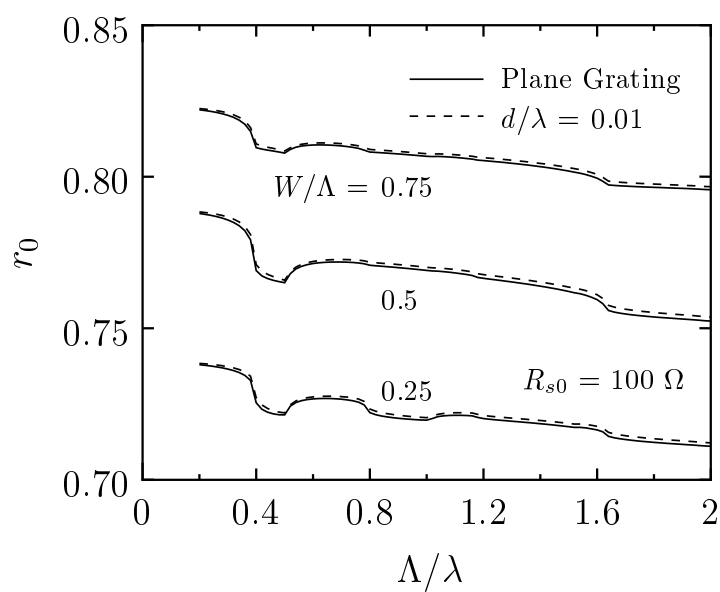
(a) TE 波入射



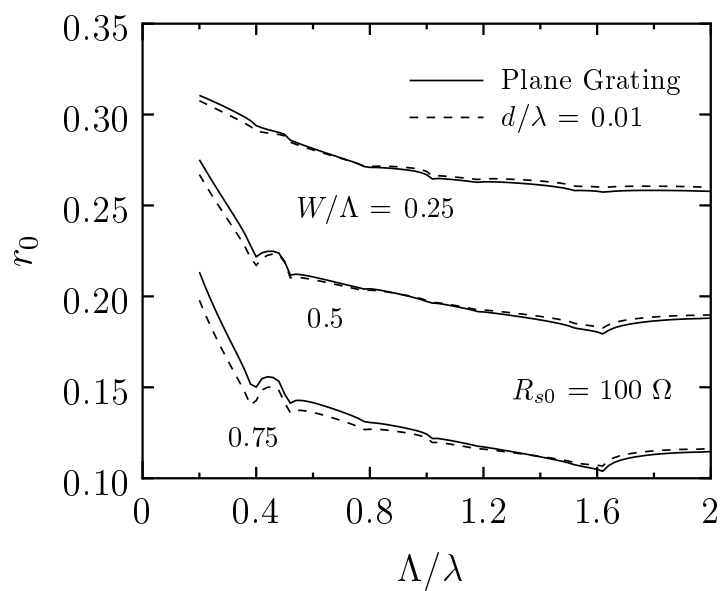
(b) TM 波入射

図 5.8 正弦波形格子による表面リアクタンスに対する反射率，透過率の変化.

$$\theta_i = 45 \text{ deg.}, \Lambda/\lambda = 0.5, W/\Lambda = 0.5, 2M + 1 = 151, L = 30$$



(a) TE 波入射



(b) TM 波入射

図 5.9 抵抗非対称三角形格子による格子周期に対する振幅反射係数の変化.

$$\theta_i = 45 \text{ deg.}, \quad 2M + 1 = 151, \quad L = 30$$

図 5.10 は，方形格子と正弦波形格子に対して，厚さを考慮した行列固有値による解法と厚さを無視したスペクトル領域ガレルキン法による解法を用いて，空間高調波の展開次数  $M$  に対して，反射率の値を 1 つ求めるのに要する計算時間の比較を示す．但し，計算にはワークステーション (Sun UltraSPARC-IIi 440MHz) を用いた．また，正弦波形格子の解析においては，格子領域の階段近似数を  $L = 30$  とし，平板格子の解析においては，ステップ関数の展開項数を  $K = 100$  に設定した．同図から，厚さを無視した解法は飛躍的に計算時間が短いことがわかり，厚さを無視できる限界を明らかにすることの重要性が理解できる．正弦波形格子は  $z$  軸方向の厚さを多層分割し，各層毎に微分方程式の係数行列の固有値問題を解くため，計算時間は方形格子に比べて長いことがわかる．

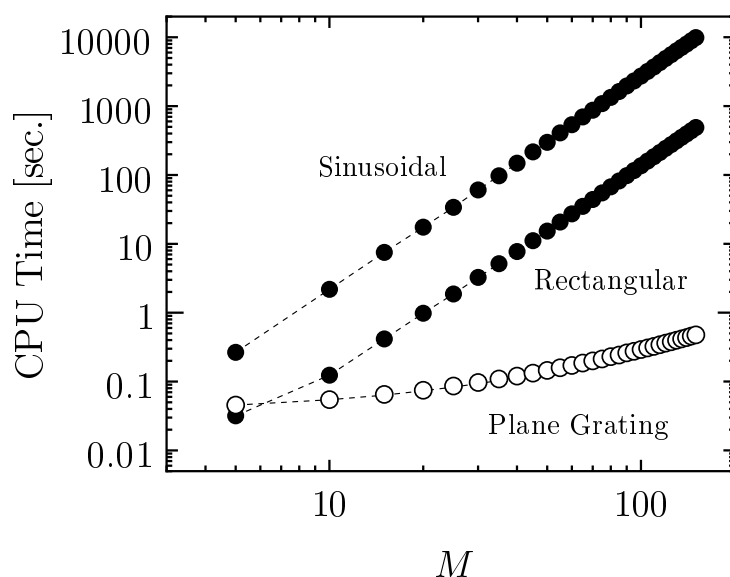
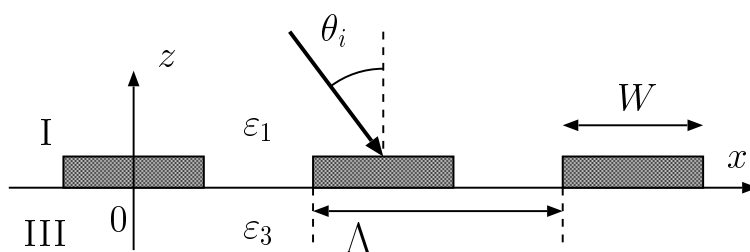


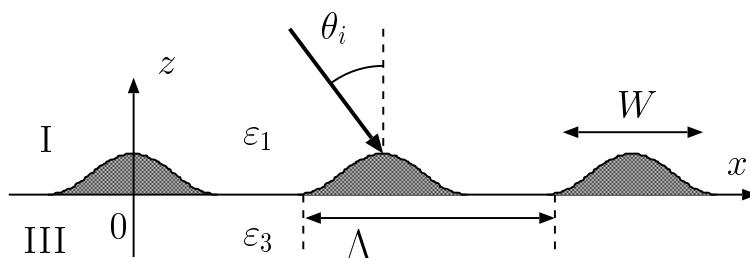
図 5.10 方形格子と正弦波形格子の計算時間.



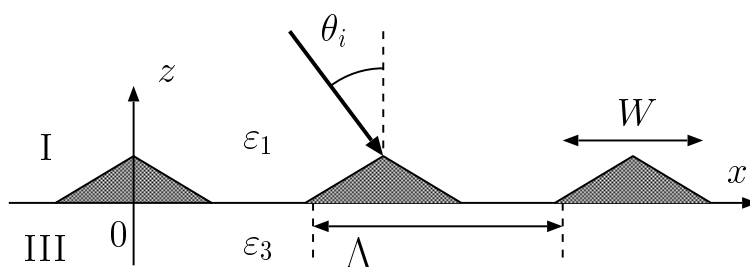
図 5.11 に示すような方形，正弦波形，三角形の極めて薄い金属格子 (周期  $\Lambda/\lambda = 0.5$ ，格子幅  $W/\Lambda = 0.5$ ) を平板格子の計算法を用いて解析を行い，格子のレリーフ形状による特性の違いを比較した．図 5.12 に  $R_{s0} = 100 \, \Omega$  の抵抗格子の電流分布を調べた．同図 (a) の TE 波入射の場合，電流波形は図 5.6 (a) の  $R_{s0} = 10 \, \Omega$  のときと比べて，大きく異なっている．また， $R_{s0} = 100 \, \Omega$  では，端点の特異性による影響が，方形格子にはみられるものの，正弦波形格子と三角形格子にはみられなくなっている．同図 (b) の TM 波入射の場合には， $R_{s0} = 10 \, \Omega$  のときと同様，格子形状による違いは小さい．



(a) 方形格子

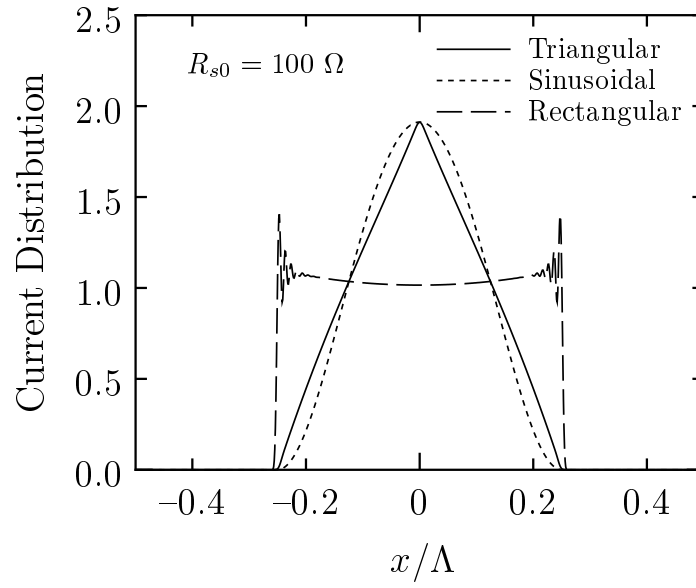


(b) 正弦波形格子

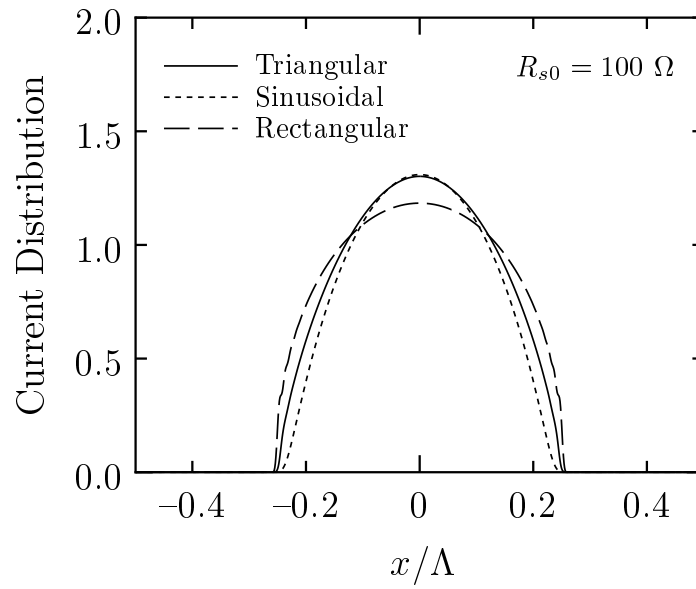


(c) 三角形格子

図 5.11 極めて薄い表面レリーフ形格子.



(a) TE 波入射

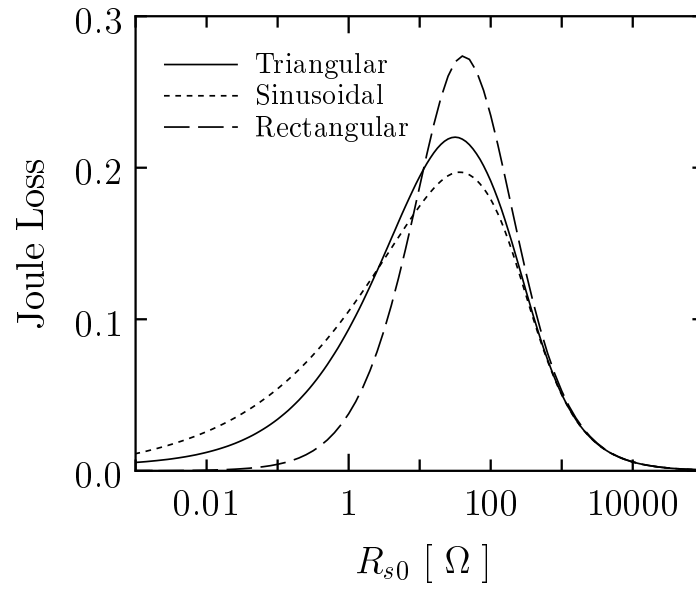


(b) TM 波入射

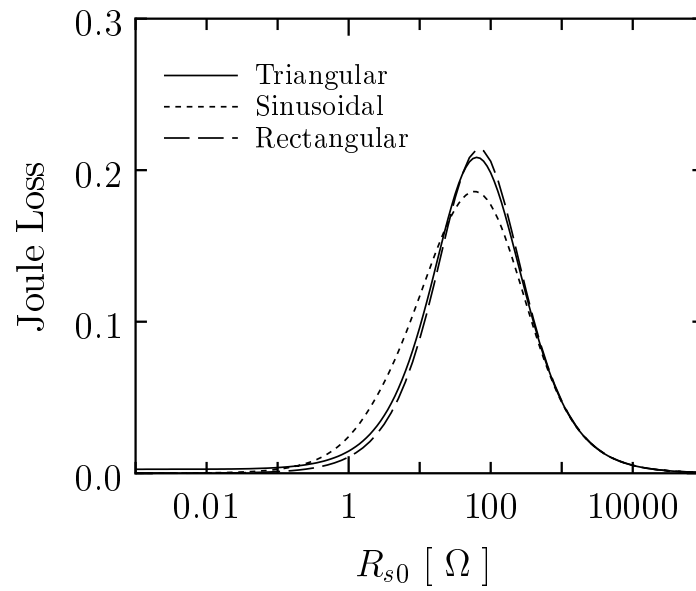
図 5.12 抵抗格子の電流分布.

 $\theta_i = 0 \text{ deg.}, \Lambda/\lambda = 0.5, W/\Lambda = 0.5$

図 5.13 は表面抵抗に対する抵抗格子のジュール熱の変化，図 5.14 はリアクタンス格子による表面リアクタンスに対する反射率，透過率の変化である．図 5.13 から，格子形状に関わらず，ほぼ同じ抵抗値のときにジュール熱損失は最大になること，抵抗値が極めて小さいときは，完全導体，極めて大きいときは無損失誘電体に近づくため，ジュール熱損失は小さくなることがわかる．また，図 5.13，5.14 から格子形状による散乱特性の違いは，TE 波入射に対して顕著に現れるが，TM 波入射に対しては小さいことがわかる．これは，電流分布の傾向（図 5.12）と同じである．以上から，極めて薄い誘電体格子は，TE 波入射の場合に，格子形状により，特性が顕著に異なることがわかった．



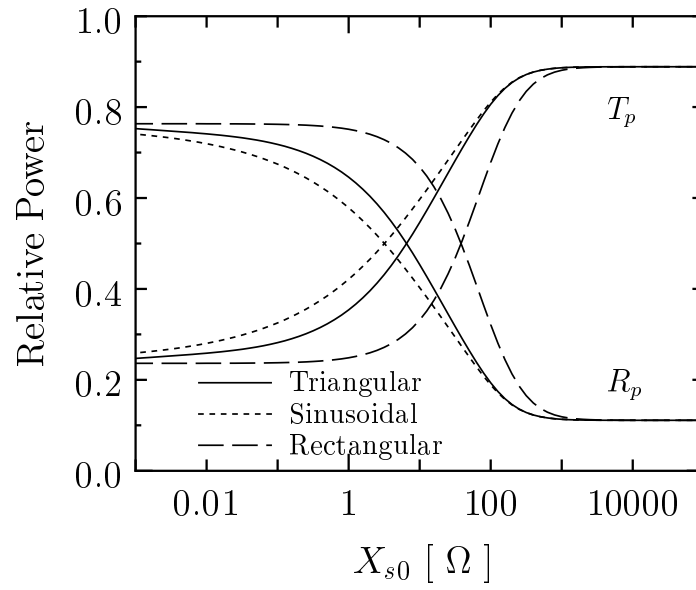
(a) TE 波入射



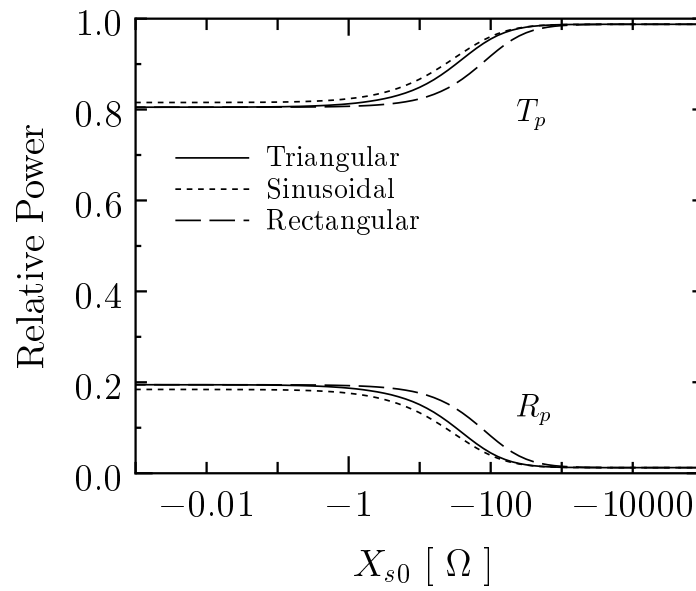
(b) TM 波入射

図 5.13 表面抵抗に対するジュール熱の変化.

$$\theta_i = 45 \text{ deg.}, \Lambda/\lambda = 0.5, W/\Lambda = 0.5$$



(a) TE 波入射



(b) TM 波入射

図 5.14 表面リアクタンスに対する反射率，透過率の変化.

$$\theta_i = 45 \text{ deg.}, \Lambda/\lambda = 0.5, W/\Lambda = 0.5$$

## 5.6 むすび

厚さが変化する金属格子について，表面インピーダンスを境界面に平行な位置の関数として定式化した平板格子の計算法を用いて解析できる可能性を検討した．まず，厚さが変化する金属格子を，複素誘電率と厚さをもつ任意形状表面レリーフ形誘電体格子として扱い，任意形状を厚さが変化しない方形格子の積み重ねで近似し，各方形格子毎に第 4 章で述べた微分方程式の係数行列の固有値問題に帰着させる多層分割法を導入した．また，平板格子の解析法には，位置の関数で表される表面インピーダンス境界条件式にグリーン関数を用いない数値解に基づくスペクトル領域ガレルキン法を適用した．1 次元格子について，行列固有値による表面レリーフ形誘電体格子の解析手法とスペクトル領域ガレルキン法による平板格子の解析手法を用いて数値計算を行い，格子の溝の深さ  $d/\lambda$  が 0.001 以下であれば，金属の厚さを無視できることがわかった．また，格子の厚さが極めて薄い誘電体格子は，表面インピーダンス境界条件を用いた平板格子の計算法を用いて高速かつ精度良く解析できることを示した．さらに，格子の厚さが極めて薄い方形格子，正弦波形格子，三角形格子について，平板格子の計算法による計算結果の比較から，格子形状の違いによる特性を調べた．その結果，TE 波の場合に格子形状による散乱特性の違いが顕著であることがわかった．

なお，本章では，第 4 章と同様に問題点の明確化および計算機の処理能力の制限から，1 次元格子についてのみ解析したが，現実的には，面電流は 2 方向に成分をもつため，入射面が金属格子の溝と直交しないコニカルマウントにおける 3 次元散乱問題に関する検討が求められる．厚さを考慮した金属格子に対する数値解の収束を改善することにより，このような 3 次元散乱問題を検討することが可能であると考えられる．

## 第 6 章

### 結 論

本論文では，無限周期金属格子による電磁波散乱に対して，導体および開口の素子形状が任意である場合に適用できる解析法としてスペクトル領域ガレルキン法を用いて統一的に定式化を行うと共に，数値計算により，散乱特性を示した．また，金属の厚さを考慮して解析できるフーリエ級数展開法と行列固有値を用いた計算法の定式化を行った．さらに，金属の厚さが任意に変化する場合にも拡張して，散乱特性について計算結果を示した．

本研究で得られた成果を要約すると，以下のようなになる．

第 2 章では，素子の形状が任意である金属格子の電磁波散乱に対してスペクトル領域ガレルキン法を用いた汎用的な解析手法を提案した．まず，散乱界を導体からの散乱界と誘電体表面からの反射波，透過波との和で表し，電磁流源を用いてグリーン関数により統一的に定式化を行った．また，導体素子を板状小区間に分割し，区分的正弦波関数を用いて面電流展開を行うことにより素子の形状が 2 次元かつ抵抗損失を有する場合も解析できることを示した．散乱特性の数値計算により，臨界角，ブリュースター角による誘電体表面からの反射に導体からの散乱が重畳している様子を示すと共に，導体の表面抵抗による特性の変化，素子の形状による特性の変化を示した．

第 3 章では，開口部を有する格子の散乱問題に関して，イミタンス法により磁流に対するグリーン関数を求め，開口部に誘起される磁流を未知としたスペクトル領域ガレルキン法を適用した解析法を提案した．本手法を用いることにより，誘電体基板上の開口部

を有する格子の厳密な解析が可能であること，導体部分の形状が複雑かつ面積が大きい開口素子にも適用できることを示した．計算結果により，構造的に完全補対である自由空間中の開口部を有する格子と金属格子は，反射特性も補対性を示すことを確認し，これらの格子が誘電体上にある場合には，共振点よりも高周波領域において，表面波の発生モード数の違いにより，金属格子の方が反射特性の変化が複雑であることを示した．

第 4 章では，金属格子を複素誘電率と厚さで表される誘電体格子として扱い，周期構造を表す誘電率分布をフーリエ級数展開し，行列固有値計算に帰着させる解析法により，その散乱特性を厳密に解析した．また，厚さを無視した表面インピーダンス近似による平板格子の解析手法として，グリーン関数を用いない数値解に基づくスペクトル領域ガレルキン法を定式化し，解析を行った．誘電体格子と平板格子の計算結果の比較から，平板格子における表面インピーダンス境界条件の有効性を示すと共に，金属格子の厚さを無視する近似の適用限界を明らかにし，面電流展開と表面インピーダンス境界条件を導入した平板格子の計算法の妥当性を示した．

第 5 章では，厚さが変化する金属格子について，格子の厚さを無視し，格子表面と境界面における磁界成分の差を電流と想定した計算法の適用限界を明らかにした．まず，厚さが変化する金属格子を任意形状の表面レリーフ形誘電体格子として扱い，厚さが変化する方形格子の積み重ねで近似する多層分割法の定式化を行った．また，厚さを無視した平板格子の解析法として，表面インピーダンス境界条件式を境界面に平行な位置の関数で表し，任意のインピーダンス平板格子の解析に対応できるスペクトル領域ガレルキン法を定式化した．計算結果の比較から，格子の厚さが極めて薄い金属格子は厚さを無視した平板格子の解析法を用いて解析できることを示し，格子の形状の違いによる特性を明らかにした．また，TM 波入射の場合には，格子形状の違いは散乱特性には現れず，TE 波入射の場合には，顕著であることを示した．

スペクトル領域ガレルキン法は，厚さを無視した平板格子による散乱問題に関して，表面インピーダンス境界を容易に導入することができ，素子の形状に対しても適用性が良く汎用性に優れた解法と言える．しかしながら，複雑な形状の素子については，電流展



開項数が大きくなり、計算時間の短縮が大きな課題と言える。実際に周波数選択板を設計する際には、素子の形状や周期間隔を非線形計画法等により決定し、所望の空間フィルタを作製することが可能であるが、その際には、計算時間の短縮化が重要となる。従って今後、アルゴリズムの高速化を検討する必要がある。また、本論文では、等方性誘電体基板を扱ったが、より設計の幅を広げる基板として、不均質媒質基板、多層基板等の複雑な構造を扱う必要がある。グリーン関数を用いない数値解に基づく本手法を用いれば、容易に可能と考えられる。

フーリエ級数展開法による厚さを考慮した金属格子の解析法は、TE 波入射の場合には、空間高調波の展開項数を増やすことにより、高精度な計算が可能となる。しかしながら、TM 波入射の場合には、誘電率変化が大きくなると共に、電界成分のギブス現象による要因のため、電磁界分布を表すことが困難となる。現在の計算機の処理能力では、展開項数が不足し、数値解の収束速度が問題となる。そこで、誘電体格子側面に垂直な電界成分の代わりに連続関数である電束密度を空間高調波展開するか、あるいは極めて大きな誘電率分布をフーリエ級数展開する際に折れ線近似や適当な分布関数を適用して展開する等の解決策が考えられる。また、本論文では、厚さを考慮した金属格子として、電流が 1 方向にのみ誘起される 1 次元格子を扱ったが、現実的には、電流は 2 方向に成分を有すると考えるのが適切である。従って、3 次元散乱問題を検討する際にも、上記のような数値解の収束に対する解決策がより重要になる。さらに、散乱問題を扱ってきたが、導波条件を課すことによって、金属格子による伝搬特性への適用も考えられる。

本論文で得られた研究成果が、電波通信や通信伝送などの分野における技術の基盤として、今後の発展に寄与できれば、著者の最も幸いとするところである。



## 付 録 A

# グリーン関数の導出

### A.1 概 要

マイクロストリップ線路やプリントパッチの有効かつ効率的な解析手法として広く用いられるスペクトル領域モーメント法では、フーリエ変換されたスペクトル領域のグリーン関数が用いられる。このグリーン関数の定式化は各領域における適当なスカラー関数を求め、電磁界が境界条件を満足するように未定のスカラー関数の係数を決定する方法<sup>(44)</sup>もあるが、式の展開が煩雑である。等価回路の考えを用いたイミタンス法<sup>(45)</sup>は多層基板からなる構造に対するグリーン関数の導出に有用である。イミタンス法は等価回路を用いるため、電気回路を学んだ者には、視覚的にわかりやすいという利点があるが、多層構造や異方性媒質、キラル媒質を含む複雑な構造に対しては、グリーン関数を解析的に求めることは煩雑になる。

ここでは、はじめに、イミタンス法を用いてグリーン関数を導出する方法について述べ、次に、多層媒質に対してグリーン関数に相当する量を数値的に求める汎用的な方法<sup>(60 61)</sup>についても述べる。

## A.2 半無限媒質

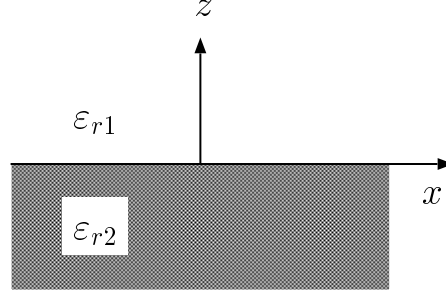


図 A.1 半無限媒質.

図 A.1 のような，半無限媒質に対するグリーン関数をイミタンス法を用いて導出する．同図において，式 (2.24)，(2.25) の境界条件を満たす電磁界は，TM モードと TE モードの重ね合わせで表される．また，イミタンス法<sup>(45)</sup>によってスペクトル領域で適当な座標回転を行うと TM モードと TE モードを分離でき，等価伝送線路からグリーン関数を求めることができる．

$(x, y)$  座標系から角  $\zeta (= \tan^{-1} k_y/k_x)$  回転された  $(u, v)$  座標系での等価伝送線路を図 A.2 に示す．電磁界の境界条件は，次式のように与えられる．

$$\widetilde{H}_{u1} - \widetilde{H}_{u2} = \widetilde{J}_v \quad (\text{A.1})$$

$$\widetilde{H}_{v1} - \widetilde{H}_{v2} = -\widetilde{J}_u \quad (\text{A.2})$$

$$\widetilde{E}_{u1} - \widetilde{E}_{u2} = -\widetilde{M}_v \quad (\text{A.3})$$

$$\widetilde{E}_{v1} - \widetilde{E}_{v2} = \widetilde{M}_u \quad (\text{A.4})$$

各線路の特性インピーダンスは

$$Z_{m\ell} = \frac{\gamma_\ell}{\omega \varepsilon_\ell} \quad Z_{e\ell} = \frac{\omega \mu_\ell}{\gamma_\ell} \quad (\ell = 1, 2) \quad (\text{A.5})$$

で与えられ，等価回路より，次式が成立する．

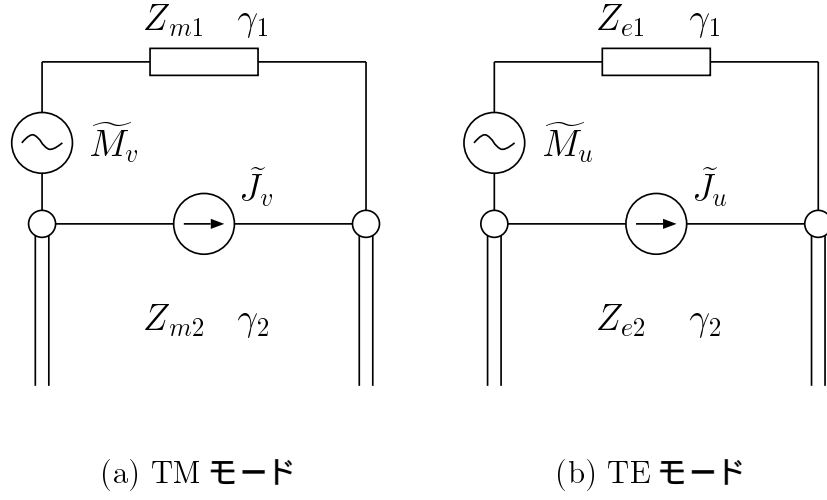


図 A.2 等価伝送路モデル.

$$\widetilde{E}_{u1} = Z_{m1} \widetilde{H}_{v1} \quad (\text{A.6})$$

$$\widetilde{E}_{v1} = -Z_{e1} \widetilde{H}_{u1} \quad (\text{A.7})$$

$$\widetilde{E}_{u2} = -Z_{m2} \widetilde{H}_{v2} \quad (\text{A.8})$$

$$\widetilde{E}_{v2} = Z_{e2} \widetilde{H}_{u2} \quad (\text{A.9})$$

以上から，境界面上での電界  $\widetilde{E}_{u\ell}$  ,  $\widetilde{E}_{v\ell}$  ( $\ell = 1, 2^\pm, 3$ ) を求めると， $(u, v)$  座標系において，

$$\begin{bmatrix} \widetilde{E}_{u\ell} \\ \widetilde{E}_{v\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{a\ell} & 0 \\ 0 & Z_{b\ell} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{J}_u \\ \widetilde{J}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & C_{a\ell} \\ C_{b\ell} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{M}_u \\ \widetilde{M}_v \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

但し，

$$Z_{a1} = Z_{a2} = -\frac{Z_{m1}Z_{m2}}{Z_{m1} + Z_{m2}} \quad (\text{A.11})$$

$$Z_{b1} = Z_{b2} = -\frac{Z_{e1}Z_{e2}}{Z_{e1} + Z_{e2}} \quad (\text{A.12})$$

$$C_{a1} = -\frac{Z_{m1}}{Z_{m1} + Z_{m2}}, \quad C_{b1} = \frac{Z_{e1}}{Z_{e1} + Z_{e2}} \quad (\text{A.13})$$

$$C_{a2} = \frac{Z_{m2}}{Z_{m1} + Z_{m2}}, \quad C_{b2} = -\frac{Z_{e2}}{Z_{e1} + Z_{e2}} \quad (\text{A.14})$$

のように与えられる．式 (A.35) を座標回転によって  $(x, y)$  座標系に戻すと電流源，磁流源に対して磁界を与えるダイヤディスクグリーン関数の各成分は

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{x\ell} \\ \tilde{E}_{y\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{G}_{\ell xx} & \tilde{G}_{\ell xy} \\ \tilde{G}_{\ell yx} & \tilde{G}_{\ell yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{L}_{\ell xx} & \tilde{L}_{\ell xy} \\ \tilde{L}_{\ell yx} & \tilde{L}_{\ell yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{M}_x \\ \tilde{M}_y \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

のように表される．ここで，

$$T_m = \varepsilon_{r2}\gamma_1 + \varepsilon_{r1}\gamma_2 \quad (\text{A.16})$$

$$T_e = \gamma_1 + \gamma_2 \quad (\text{A.17})$$

とおくと，各要素は次式のように表される．

$$\tilde{G}_{1xx} = \tilde{G}_{2xx} = \frac{1}{\omega\varepsilon_0} \left( \frac{k_x^2}{T_m} - \frac{k_0^2}{T_e} \right) \quad (\text{A.18})$$

$$\tilde{G}_{1xy} = \tilde{G}_{1yx} = \tilde{G}_{2xy} = \tilde{G}_{2yx} = \frac{1}{\omega\varepsilon_0} \frac{k_x k_y}{T_m} \quad (\text{A.19})$$

$$\tilde{G}_{1yy} = \tilde{G}_{2yy} = \frac{1}{\omega\varepsilon_0} \left( \frac{k_y^2}{T_m} - \frac{k_0^2}{T_e} \right) \quad (\text{A.20})$$

$$\tilde{G}_{1zx} = -\frac{1}{\gamma_1} (k_x \tilde{G}_{1xx} + k_y \tilde{G}_{1yx}) \quad (\text{A.21})$$

$$\tilde{G}_{1zy} = -\frac{1}{\gamma_1} (k_x \tilde{G}_{1xy} + k_y \tilde{G}_{1yy}) \quad (\text{A.22})$$

$$\tilde{G}_{2zx} = \frac{1}{\gamma_2} (k_x \tilde{G}_{2xx} + k_y \tilde{G}_{2yx}) \quad (\text{A.23})$$

$$\tilde{G}_{2zy} = \frac{1}{\gamma_2} (k_x \tilde{G}_{2xy} + k_y \tilde{G}_{2yy}) \quad (\text{A.24})$$

$$\tilde{L}_{1xx} = \tilde{L}_{2xx} = -\tilde{L}_{1yy} = -\tilde{L}_{2yy} = \frac{(\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}) k_x k_y}{T_m T_e} \quad (\text{A.25})$$

$$\tilde{L}_{1xy} = -\left\{ \frac{\gamma_2}{T_e} + \frac{(\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}) k_x^2}{T_m T_e} \right\} \quad (\text{A.26})$$

$$\tilde{L}_{1yx} = \frac{\gamma_2}{T_e} + \frac{(\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}) k_y^2}{T_m T_e} \quad (\text{A.27})$$

$$\tilde{L}_{2xy} = \frac{\varepsilon_{r1}\gamma_2}{T_m} + \frac{(\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}) k_y^2}{T_m T_e} \quad (\text{A.28})$$

$$\tilde{L}_{2yx} = - \left\{ \frac{\varepsilon_{r1}\gamma_2}{T_m} + \frac{(\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2})k_x^2}{T_m T_e} \right\} \quad (\text{A.29})$$

$$\tilde{L}_{1zx} = -\frac{1}{\gamma_1} (k_x \tilde{L}_{1xx} + k_y \tilde{L}_{1yx}) \quad (\text{A.30})$$

$$\tilde{L}_{1zy} = -\frac{1}{\gamma_1} (k_x \tilde{L}_{1xy} + k_y \tilde{L}_{1yy}) \quad (\text{A.31})$$

$$\tilde{L}_{2zx} = \frac{1}{\gamma_1} (k_x \tilde{L}_{2xx} + k_y \tilde{L}_{2yx}) \quad (\text{A.32})$$

$$\tilde{L}_{2zy} = \frac{1}{\gamma_1} (k_x \tilde{L}_{2xy} + k_y \tilde{L}_{2yy}) \quad (\text{A.33})$$

### A.3 1層誘電体スラブ

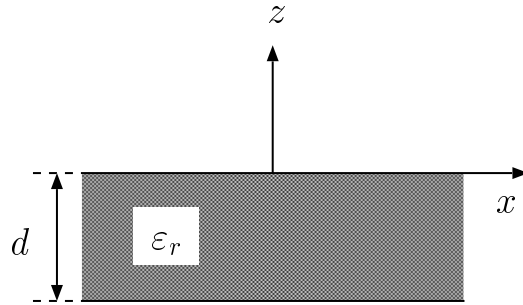


図 A.3 1層誘電体スラブ.

図 A.3 の構造において，境界条件は式 (3.19) ～ (3.22) で表され，等価伝送線路は図 A.4 のようになる．各線路の特性インピーダンスは

$$Z_{m\ell} = \frac{\gamma_\ell}{\omega \varepsilon_\ell} \quad Z_{e\ell} = \frac{\omega \mu_\ell}{\gamma_\ell} \quad (\ell = 1, 2, 3) \quad (\text{A.34})$$

で与えられる．

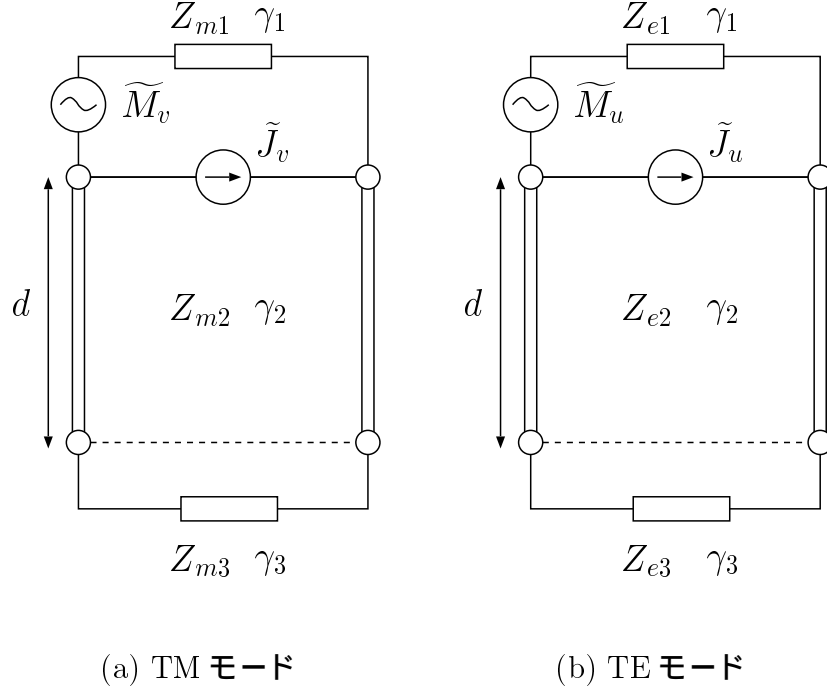


図 A.4 等価伝送路モデル.

同図より，境界面上での電界  $\tilde{E}_{u\ell}$ ， $\tilde{E}_{v\ell}$  ( $\ell = 1, 2^\pm, 3$ ) は  $(u, v)$  座標系において，

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{u\ell} \\ \tilde{E}_{v\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{a\ell} & 0 \\ 0 & Z_{b\ell} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_u \\ \tilde{J}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & C_{a\ell} \\ C_{b\ell} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{M}_u \\ \widetilde{M}_v \end{bmatrix} \quad (\text{A.35})$$

但し，

$$Z_{a1} = -\frac{Z_{m1}Z'_{m2}}{Z_{m1} + Z'_{m2}}, \quad Z_{b1} = -\frac{Z_{e1}Z'_{e2}}{Z_{e1} + Z'_{e2}} \quad (\text{A.36})$$

$$C_{a1} = -\frac{Z_{m1}}{Z_{m1} + Z'_{m2}}, \quad C_{b1} = -\frac{Z_{e1}}{Z_{e1} + Z'_{e2}} \quad (\text{A.37})$$

$$Z_{a2}^+ = -\frac{Z_{m1}}{2} \cdot \frac{Z'_{m2} - Z_{m2}}{Z_{m1} + Z'_{m2}}, \quad Z_{a2}^- = -\frac{Z_{m1}}{2} \cdot \frac{Z'_{m2} + Z_{m2}}{Z_{m1} + Z'_{m2}} \quad (\text{A.38})$$

$$Z_{b2}^+ = -\frac{Z_{e1}}{2} \cdot \frac{Z'_{e2} - Z_{e2}}{Z_{e1} + Z'_{e2}}, \quad Z_{b2}^- = -\frac{Z_{e1}}{2} \cdot \frac{Z'_{e2} + Z_{e2}}{Z_{e1} + Z'_{e2}} \quad (\text{A.39})$$

$$C_{a2}^+ = \frac{Z_{m2} - Z'_{m2}}{2(Z_{m1} + Z_{m2})}, \quad C_{a2}^- = \frac{Z_{m2} + Z'_{m2}}{2(Z_{m1} + Z_{m2})} \quad (\text{A.40})$$

$$C_{b2}^+ = -\frac{Z_{e2} - Z'_{e2}}{2(Z_{e1} + Z_{e2})}, \quad C_{b2}^- = -\frac{Z_{e2} + Z'_{e2}}{2(Z_{e1} + Z_{e2})} \quad (\text{A.41})$$



$$Z_{a3} = -\frac{Z_{m1}(Z'_{m2} \cos \gamma_2 d - j Z_{m2} \sin \gamma_2 d)}{Z_{m1} + Z'_{m2}} \quad (\text{A.42})$$

$$Z_{b3} = -\frac{Z_{e1}(Z'_{e2} \cos \gamma_2 d - j Z_{e2} \sin \gamma_2 d)}{Z_{e1} + Z'_{e2}} \quad (\text{A.43})$$

$$C_{a3} = \frac{Z'_{m2} \cos \gamma_2 d - j Z_{m2} \sin \gamma_2 d}{Z_{m1} + Z'_{m2}} \quad (\text{A.44})$$

$$C_{b3} = -\frac{Z'_{e2} \cos \gamma_2 d - j Z_{e2} \sin \gamma_2 d}{Z_{e1} + Z'_{e2}} \quad (\text{A.45})$$

$$Z'_{m2} = Z_{m2} \frac{Z_{m3} \cos \gamma_2 d + j Z_{m2} \sin \gamma_2 d}{Z_{m2} \cos \gamma_2 d + j Z_{m3} \sin \gamma_2 d} \quad (\text{A.46})$$

$$Z'_{e2} = Z_{e2} \frac{Z_{e3} \cos \gamma_2 d + j Z_{e2} \sin \gamma_2 d}{Z_{e2} \cos \gamma_2 d + j Z_{e3} \sin \gamma_2 d} \quad (\text{A.47})$$

である．式 (A.35) を座標回転によって  $(x, y)$  座標系に戻すと電流源，磁流源に対して磁界を与えるダイヤディックグリーン関数の各成分は次式のように表される．

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{x\ell} \\ \tilde{E}_{y\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{G}_{\ell xx} & \tilde{G}_{\ell xy} \\ \tilde{G}_{\ell yx} & \tilde{G}_{\ell yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{L}_{\ell xx} & \tilde{L}_{\ell xy} \\ \tilde{L}_{\ell yx} & \tilde{L}_{\ell yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{M}_x \\ \tilde{M}_y \end{bmatrix} \quad (\text{A.48})$$

$$\tilde{G}_{\ell xx} = Z_{a\ell} \cos^2 \zeta + Z_{b\ell} \sin^2 \zeta \quad (\text{A.49})$$

$$\tilde{G}_{\ell xy} = (Z_{a\ell} - Z_{b\ell}) \sin \zeta \cos \zeta \quad (\text{A.50})$$

$$\tilde{G}_{\ell yx} = \tilde{G}_{\ell xy} \quad (\text{A.51})$$

$$\tilde{G}_{\ell yy} = Z_{a\ell} \sin^2 \zeta + Z_{b\ell} \cos^2 \zeta \quad (\text{A.52})$$

$$\tilde{L}_{\ell xx} = -(C_{a\ell} + C_{b\ell}) \sin \zeta \cos \zeta \quad (\text{A.53})$$

$$\tilde{L}_{\ell xy} = C_{a\ell} \cos^2 \zeta - C_{b\ell} \sin^2 \zeta \quad (\text{A.54})$$

$$\tilde{L}_{\ell yx} = -C_{a\ell} \sin^2 \zeta + C_{b\ell} \cos^2 \zeta \quad (\text{A.55})$$

$$\tilde{L}_{\ell yy} = -\tilde{L}_{\ell xx} \quad (\text{A.56})$$

## A.4 電気壁付き 1 層誘電体スラブ

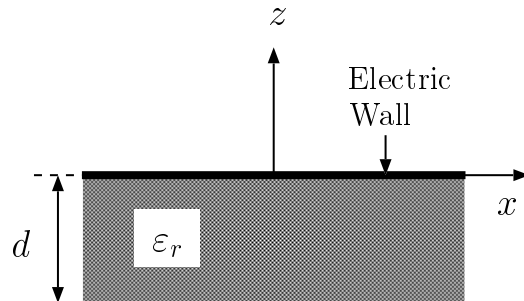


図 A.5 電気壁付き 1 層誘電体スラブ.

図 A.5 の構造において，境界条件は，式 (3.5) ～ (3.8) で表され， $(u, v)$  座標系での等価伝送線路は図 A.6 のようになる．

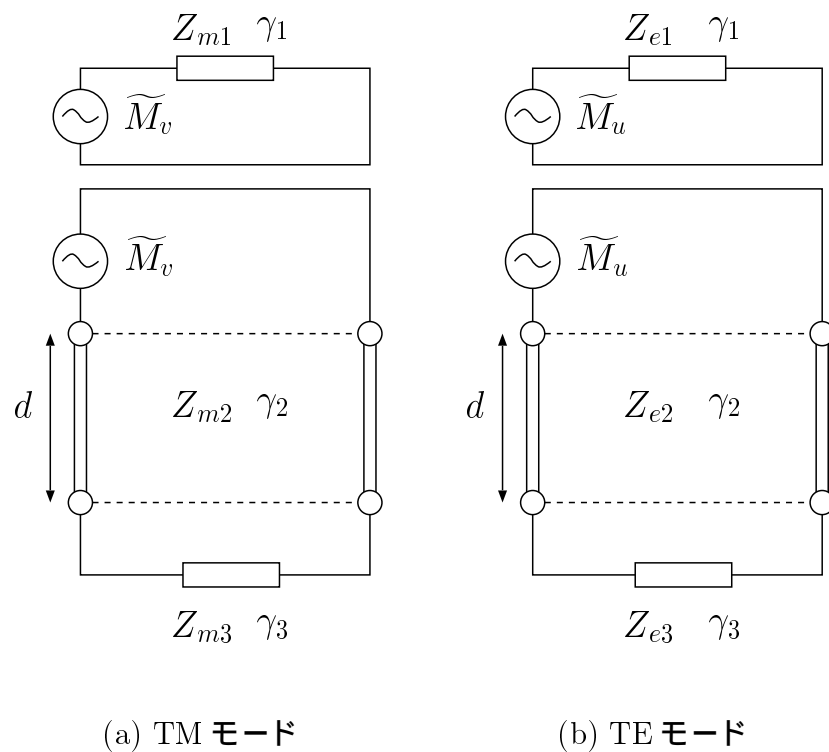


図 A.6 等価伝送路モデル.

同図より，各境界面での磁界  $\widetilde{H}_{u\ell}$ ， $\widetilde{H}_{v\ell}$  ( $\ell = 1, 2^\pm, 3$ ) は，磁流によって

$$\begin{bmatrix} \widetilde{H}_{u\ell} \\ \widetilde{H}_{v\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{a\ell} & 0 \\ 0 & Y_{b\ell} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{M}_u \\ \widetilde{M}_v \end{bmatrix} \quad (\text{A.57})$$

但し，

$$Y_{a1} = -\frac{1}{Z_{e1}}, \quad Y_{b1} = -\frac{1}{Z_{m1}} \quad (\text{A.58})$$

$$Y_{a2}^+ = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z'_{e2}} - \frac{1}{Z_{e2}}\right), \quad Y_{a2}^- = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z'_{e2}} + \frac{1}{Z_{e2}}\right) \quad (\text{A.59})$$

$$Y_{b2}^+ = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z'_{m2}} - \frac{1}{Z_{m2}}\right), \quad Y_{b2}^- = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{Z'_{m2}} + \frac{1}{Z_{m2}}\right) \quad (\text{A.60})$$

$$Y_{a3} = \frac{1}{Z'_{e2}} \cos \gamma_2 d - j \frac{1}{Z_{e2}} \sin \gamma_2 d \quad (\text{A.61})$$

$$Y_{b3} = \frac{1}{Z'_{m2}} \cos \gamma_2 d - j \frac{1}{Z_{m2}} \sin \gamma_2 d \quad (\text{A.62})$$

のように与えられる． $(u, v)$  座標系で得られた式 (A.57) を  $(x, y)$  座標系に戻すと，磁流源に対して電界を与えるダイヤディックグリーン関数の各成分が行列形式で次式のように表される．

$$\begin{bmatrix} \widetilde{H}_{x\ell} \\ \widetilde{H}_{y\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{N}_{\ell xx} & \widetilde{N}_{\ell xy} \\ \widetilde{N}_{\ell yx} & \widetilde{N}_{\ell yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{M}_x \\ \widetilde{M}_y \end{bmatrix} \quad (\text{A.63})$$

但し，

$$\widetilde{N}_{\ell xx} = Y_{a\ell} \cos^2 \zeta + Y_{b\ell} \sin^2 \zeta \quad (\text{A.64})$$

$$\widetilde{N}_{\ell xy} = (Y_{a\ell} - Y_{b\ell}) \sin \zeta \cos \zeta \quad (\text{A.65})$$

$$\widetilde{N}_{\ell yx} = \widetilde{N}_{\ell xy} \quad (\text{A.66})$$

$$\widetilde{N}_{\ell yy} = Y_{a\ell} \sin^2 \zeta + Y_{b\ell} \cos^2 \zeta \quad (\text{A.67})$$

である．

## A.5 数値解に基づく表現

イミタンス法によるグリーン関数の導出は等価伝送線路を用いるため，視覚的にわかりやすいという利点がある．しかしながら，構造が複雑になると，式の展開がやや煩雑になるため，解析的にグリーン関数を求めることは困難である．計算機解析を前提とすると，グリーン関数が数値的に求められれば良いことになる．そこで，図 A.7 のような多層構造の誘電体を想定し，スペクトル領域のグリーン関数に相当する量を数値的に求める手順について簡単に述べる．

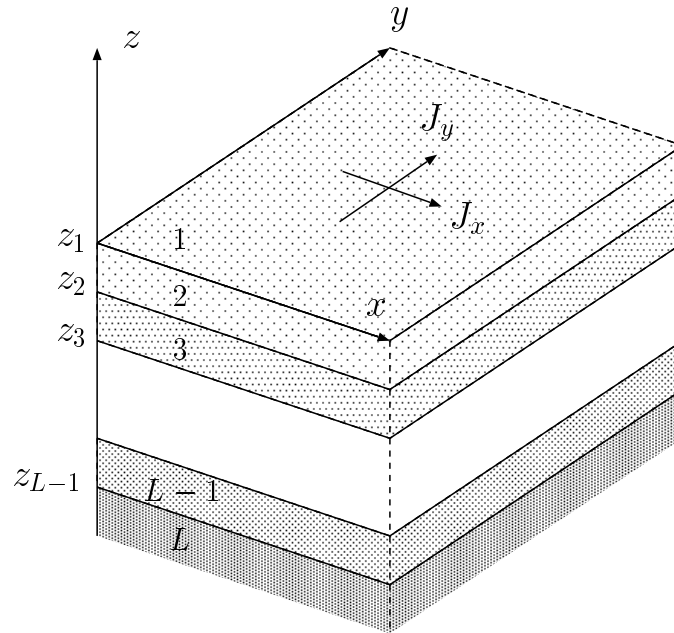


図 A.7 多層誘電体基板上の表面電流源.

入射面が金属格子の溝と直交しないコニカルマウントにおける 3 次元散乱問題，一般異方性媒質やキラル媒質を含む場合には，第 4，5 章の 2 次元散乱問題のように TE 波と TM 波に分離して扱うことはできず，一般的な定式化が必要である．波数  $k_0$  で規格化されたマクスウェルの方程式を電磁界の  $x, y$  成分に関して整理すると，連立微分方程式

$$\frac{d\mathbf{F}(z)}{dz} = j[C]\mathbf{F}(z) \quad (\text{A.68})$$

$$\mathbf{F}(z) = \begin{bmatrix} e_x(z) \\ e_y(z) \\ h_x(z) \\ h_y(z) \end{bmatrix}, \quad [C] = \begin{bmatrix} [C_{11}] & [C_{12}] \\ [C_{21}] & [C_{22}] \end{bmatrix} \quad (\text{A.69})$$

を得る．但し，表示の簡略化のため，スペクトル変数  $(s, q)$  は， $e_x, e_y, h_x, h_y$ ，ベクトル  $\mathbf{F}$ ，行列  $[C]$  から省略する．この式の解を列ベクトル  $\mathbf{a}(z)$  を用いて表すと，

$$\mathbf{F}(z) = [T] \begin{bmatrix} [U(\boldsymbol{\kappa}^+, z - z_0)] & [0] \\ [0] & [U(\boldsymbol{\kappa}^-, z - z_0)] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}^+(z_0) \\ \mathbf{a}^-(z_0) \end{bmatrix} \quad (\text{A.70})$$

である．図 A.7 に示すような多層誘電体の表面に電流源が存在しない場合，電磁界の接線成分は連続である．従って，電磁界の接線成分で作られた 4 元ベクトル  $\mathbf{F}(z)$  は，

$$\mathbf{F}_i(z_i) = \mathbf{F}_{i+1}(z_i) \quad (i = 1, 2, \dots, L-1) \quad (\text{A.71})$$

を満たす．ところが，誘電体表面に電流源が存在すると仮定すれば，境界面  $z = z_1$  において電界の接線成分は連続であるが，電流  $J_\ell(x, y)$  ( $\ell = x, y$ ) によって磁界の接線成分は

$$h_{1x}(z_1) - h_{2x}(z_1) = j_y \quad (\text{A.72})$$

$$h_{1y}(z_1) - h_{2y}(z_1) = j_x \quad (\text{A.73})$$

のように不連続である．但し， $j_\ell$  は

$$j_\ell(s, q) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{Z_0} J_\ell(x, y) \exp\{j(sx + qy)\} dx dy \quad (\text{A.74})$$

によって表される電流  $J_\ell(x, y)$  のフーリエ変換である．

放射条件  $\mathbf{a}_1^-(0) = \mathbf{a}_L^+(z_{L-1}) = 0$  を考慮すれば，各層間の境界面において

$z = z_1 = 0$  :

$$[T_1] \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1^+(z_1) \\ 0 \end{bmatrix} - [T_2] \begin{bmatrix} [U(\boldsymbol{\kappa}_2^+, z_1 - z_2)] & [0] \\ [0] & [1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_2^+(z_2) \\ \mathbf{a}_2^-(z_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ j_y \\ j_x \end{bmatrix} \quad (\text{A.75})$$

$z = z_i \quad (i = 2 \cdots L - 2) :$

$$\begin{aligned} [T_i] \begin{bmatrix} [1] & [0] \\ [0] & [U(\boldsymbol{\kappa}_i^-, z - z_{i-1})] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_i^+(z_i) \\ \mathbf{a}_i^-(z_{i-1}) \end{bmatrix} \\ = [T_{i+1}] \begin{bmatrix} [U(\boldsymbol{\kappa}_{i+1}^+, z - z_{i+1})] & [0] \\ [0] & [1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{i+1}^+(z_{i+1}) \\ \mathbf{a}_{i+1}^-(z_i) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.76})$$

$z = z_{L-1} = -d :$

$$\begin{aligned} [T_{L-1}] \begin{bmatrix} [1] & [0] \\ [0] & [U(\boldsymbol{\kappa}_{L-1}^-, z_{L-1} - z_{L-2})] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{L-1}^+(z_{L-1}) \\ \mathbf{a}_{L-1}^-(z_{L-2}) \end{bmatrix} \\ = [T_L] \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{a}_L^-(z_{L-1}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.77})$$

となる．今，スペクトル領域における電流源を

$$j_x = 1, \quad j_y = 0 \quad (\text{A.78})$$

$$j_x = 0, \quad j_y = 1 \quad (\text{A.79})$$

とおけば，式 (A.78)，(A.79) に対応する線形方程式 (A.75)，(A.76)，(A.77) の2組の解

$$\mathbf{a}_1^+(z_1) = \begin{bmatrix} a_{1E\ell}^+(z_1) & a_{1M\ell}^+(z_1) \end{bmatrix}^t \quad (\text{A.80})$$

$$\mathbf{a}_L^-(z_{L-1}) = \begin{bmatrix} a_{LE\ell}^-(z_{L-1}) & a_{LM\ell}^-(z_{L-1}) \end{bmatrix}^t \quad (\text{A.81})$$

が決定する．添字 ( $E$ )，( $M$ ) は TE 波，TM 波 を示す．境界面上の表面電流源  $j$  による電界の散乱界は，第 1 層，第  $L$  層において，

$$\begin{bmatrix} e_{xn}(z) \\ e_{yn}(z) \end{bmatrix} = [G_n(z)] \begin{bmatrix} j_x \\ j_y \end{bmatrix} \quad (n = 1 \text{ or } L) \quad (\text{A.82})$$

$$[G_1(z)] = [T_1^+] [U(\boldsymbol{\kappa}_1^+, z - z_1)] \begin{bmatrix} a_{1Ex}^+(z_1) & a_{1Ey}^+(z_1) \\ a_{1Mx}^+(z_1) & a_{1My}^+(z_1) \end{bmatrix} \quad (\text{A.83})$$

$$[G_L(z)] = [T_L^-] [U(\boldsymbol{\kappa}_L^-, z - z_{L-1})] \begin{bmatrix} a_{LEx}^-(z_{L-1}) & a_{LEy}^-(z_{L-1}) \\ a_{LMx}^-(z_{L-1}) & a_{LMy}^-(z_{L-1}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.84})$$

与えられる．ここで， $[G_n(z)]$  はスペクトル領域でのグリーン関数に相当し，数値的に求められる．

## 付 録 B

### 電流展開関数に関する検討

#### B.1 問題の構成

ここでは，金属平板格子の散乱問題に対して，スペクトル領域ガレルキン法の信頼性について確認計算および検討を行う<sup>(73-75)</sup>．スペクトル領域ガレルキン法は，数少ない電流展開項数によって実用的な解が求められる有力な解法であり，極めて容易に抵抗境界条件を導入できるが，電流分布をスペクトル領域で展開するため，打ち切り項数によって境界条件に誤差を生じる．そこで，それぞれの展開関数に対して，解の収束性や誤差を調べることにより，数値計算を行う際の適切な基底関数の選択について述べる．

#### B.2 電流展開関数

平板格子の電流展開に用いる基底関数には，解の収束性が速く，境界の整合性の良い関数が求められ．基底関数は空間領域で  $J_p(x)$ ，スペクトル領域で  $j_{pm}$  のように表され，次式のような関係が成立する．

$$\sqrt{Z_0} J_p(x) = \sum_{m=-M}^M j_{pm} \exp(-js_m x) \quad (\text{B.1})$$

$$j_{pm} = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \sqrt{Z_0} J_p(x) \exp(js_m x) dx \quad (\text{B.2})$$

$$s_m = s_0 + m n_k \quad (\text{B.3})$$

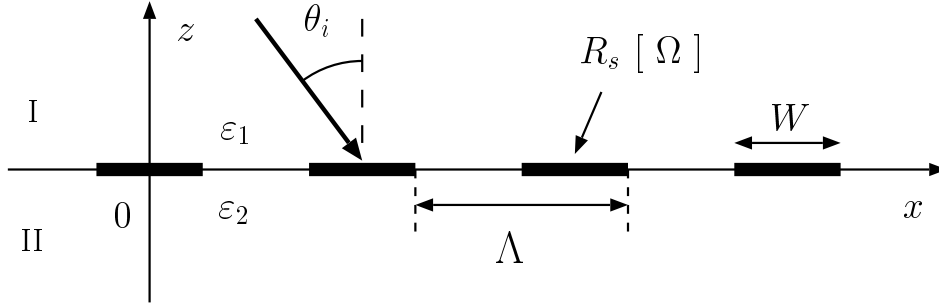


図 B.1 平板格子.

電流展開関数として，最も単純なステップ関数，アンテナの解析に良く用いられている区分的正弦波 (PWS) 関数，端点の特異性を考慮した関数を考える．前者の 2 つの展開関数は，格子領域を細かく区分的に分けて，その区分にだけ存在するものであり，3 つめの展開関数は格子領域全体に存在するものである．これら 3 つの電流展開関数は次式のように表される．

#### (A) ステップ関数

[空間領域]

$$J_p(x) = \begin{cases} \sqrt{(\Lambda/T)} \exp(-js_0x) & |x - x_p| \leq T/2 \\ 0 & |x - x_p| > T/2 \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

[スペクトル領域]

$$j_{pm} = \begin{cases} \sqrt{T/\Lambda} & (m = 0) \\ \sqrt{T/\Lambda} \frac{\exp(j mn_k x_p) \sin(mn_k T/2)}{mn_k T/2} & (m \neq 0) \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

但し，

$$T = W/K, \quad x_p = -(W + T)/2 + p T, \quad p = 1, 2, \dots, K$$

である．



(B) 区分的正弦波関数

[空間領域]

$$J_p(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x_2 - x)}{\sin T} \exp(-js_0x) & (x_1 \leq x \leq x_2) \\ \left\{ \frac{\sin(x - x_{p-1})}{\sin T} + \frac{\sin(x_{p+1} - x)}{\sin T} \right\} \exp(-js_0x) & (x_{p-1} \leq x \leq x_{p+1}) \\ \frac{\sin(x - x_{K-1})}{\sin T} \exp(-js_0x) & (x_{K-1} \leq x \leq x_K) \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

[スペクトル領域]

$$j_{pm} = \begin{cases} \frac{1}{\Lambda} \frac{\cos T + jmn_k \sin T - e^{-jmn_k T}}{\{(mn_k)^2 - 1\} \sin T} \exp(jmn_k x_p) & (p = 1) \\ \frac{1}{\Lambda} \frac{2 \cos T - 2 \cos(mn_k T)}{\{(mn_k)^2 - 1\} \sin T} \exp(jmn_k x_p) & (p = 2, \dots, K-1) \\ \frac{1}{\Lambda} \frac{\cos T - jmn_k \sin T - e^{jmn_k T}}{\{(mn_k)^2 - 1\} \sin T} \exp(jmn_k x_p) & (p = K) \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

但し ,

$$T = W/(K-1) \quad x_p = -W/2 + (p-1)T, \quad p = 1, 2, \dots, K$$

である .

(C) 端点の特異性を考慮した関数

TE-wave :

[空間領域]

$$J_p(x) = \begin{cases} \frac{\cos\{(p-1)\pi x/W\}}{\sqrt{1-(2x/W)^2}} & (p = 1, 3, 5 \dots) \\ \frac{-j \sin\{(p-1)\pi x/W\}}{\sqrt{1-(2x/W)^2}} & (p = 2, 4, 6 \dots) \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

[スペクトル領域]

$$j_{pm} = \frac{\pi W}{2\Lambda} \left\{ J_0(\xi_1) + (-1)^{(p-1)} J_0(\xi_2) \right\} \quad (\text{B.9})$$

TM-wave :

[空間領域]

$$J_p(x) = \begin{cases} \cos\{(p-1)\pi x/W\} \cdot \sqrt{1-(2x/W)^2} & (p=1, 3, 5\cdots) \\ -j \sin\{(p-1)\pi x/W\} \cdot \sqrt{1-(2x/W)^2} & (p=2, 4, 6\cdots) \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

[スペクトル領域]

$$J_{pm} = \frac{\pi W}{2\Lambda} \left\{ \frac{J_1(\xi_1)}{\xi_1} + (-1)^{(p-1)} \frac{J_1(\xi_2)}{\xi_2} \right\} \quad (\text{B.11})$$

但し ,

$$\xi_1 = | \pi \{ (p-1) + m(2W/\Lambda) \} / 2 |$$

$$\xi_2 = | \pi \{ (p-1) - m(2W/\Lambda) \} / 2 |$$

であり ,  $J_0(\xi)$  ,  $J_1(\xi)$  はそれぞれ , 0 次 , 1 次のベッセル関数である .

### B.3 抵抗境界整合について

スペクトル領域ガレルキン法では , 電流をスペクトル領域で展開するため , フーリエ変換したスペクトル領域での表現式 (B.5) , (B.7) , (B.9) , (B.11) の  $j_{pm}$  が計算に用いられ , 空間領域の表現式 (B.4) , (B.6) , (B.8) , (B.10) の  $J_p$  は使用されないことに注意する . 電流分布は , 計算上 ,

$$\begin{aligned} \sqrt{Z_0}J(z) &= \sum_{m=-M}^M j_m \exp(-js_m x) \\ &= \sum_{m=-M}^M \left\{ \sum_{p=1}^K I_p j_{pm} \right\} \exp(-js_m x) \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

で表され ,

$$\sqrt{Z_0}J(x) = \sum_{p=1}^K I_p J_p(x) \quad (\text{B.13})$$

ではない . このため , 空間高調波展開の打ち切り次数および電流展開項数による誤差が , 格子間隙上で本来 0 である電流値および式 (4.59) の抵抗境界条件に現れる . そこで , 打

ち切り次数  $M$  および展開項数  $K$  に対して，格子間隙上での電流誤差，抵抗境界条件の誤差について以下のように定義する．

① 格子間隙上での表面電流の相対 2 乗平均誤差

平板格子のない格子間隙上 ( $W/2 \leq |x| \leq \Lambda/2$ ) での電流量を考える．表面電流の誤差として相対 2 乗平均誤差  $\Delta_J(M, K)$  を次式のように定義する．

$$\Delta_J(M, K) = \frac{\Delta_{J\Lambda} - \Delta_{JW}}{\Delta_{J\Lambda}} \quad (\text{B.14})$$

$$\Delta_{J\Lambda} = \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \left| \sum_{m=-M}^M j_m \exp(-js_m x) \right|^2 dx = \Lambda \sum_{m=-M}^M |j_m|^2 \quad (\text{B.15})$$

$$\Delta_{JW} = \int_{-W/2}^{W/2} \left| \sum_{m=-M}^M j_m \exp(-js_m x) \right|^2 dx = \sum_{m=-M}^M j_m \sum_{m'=-M}^M \psi(m-m') j_{m'}^* \quad (\text{B.16})$$

ここで， $\Delta_{J\Lambda}$ ， $\Delta_{JW}$  は表面電流密度に対して，それぞれ格子周期全域での 2 乗平均値，平板格子上での 2 乗平均値である．

② 平板格子上での抵抗境界条件の相対 2 乗平均誤差

平板格子上 ( $|x| \leq W/2$ ) における境界条件の誤差を考える．相対 2 乗平均誤差として，次式のような  $\Delta_E(M, K)$  を考える．

$$\Delta_E(M, K) = \frac{\Delta_{E1}}{\Delta_{E2}} = \sum_{m=-M}^M \left\{ \left( g_m(0) - \frac{R_s}{Z_0} \right) j_m + \delta_{m0} e_0 \right\} \cdot \sum_{m'=-M}^M \psi(m-m') \left\{ \left( g_m(0) - \frac{R_s}{Z_0} \right) j_m + \delta_{m0} e_0 \right\}^* / W |e_0|^2 \quad (\text{B.17})$$

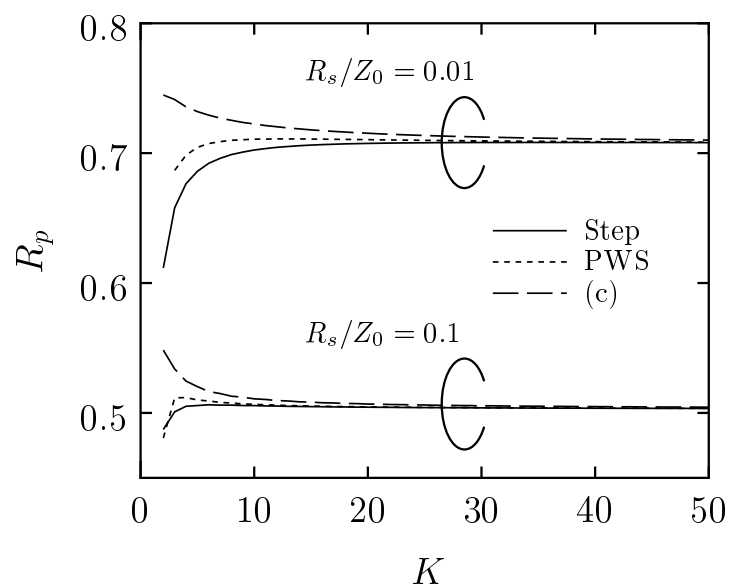
$$\psi(m) = \begin{cases} W & (m=0) \\ \frac{\sin(m n_k W/2)}{m n_k / 2} & (m \neq 0) \end{cases} \quad (\text{B.18})$$

ここで， $\Delta_{E1}$  は平板格子上での抵抗境界条件の 2 乗平均誤差， $\Delta_{E2}$  は平板格子上での電界の 2 乗平均値である．

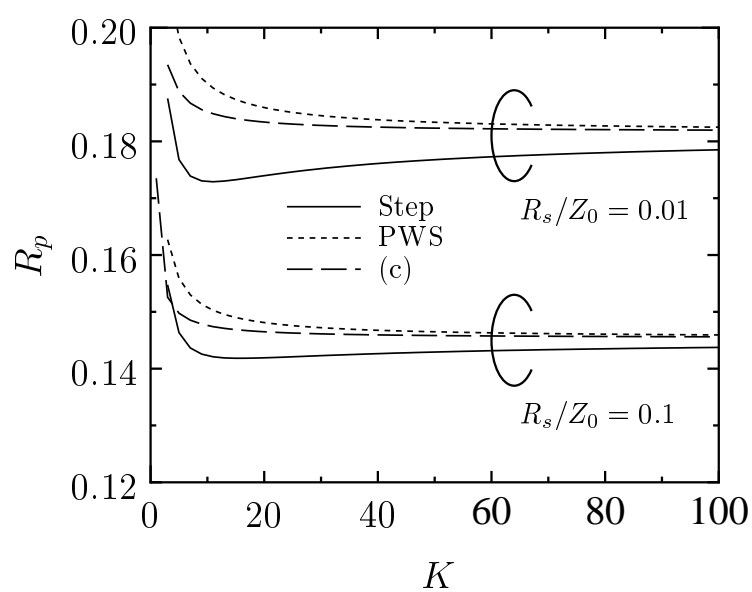
## B.4 数値計算および検討

平板格子の散乱解析におけるスペクトル領域ガレルキン法の信頼性について確認計算および検討を行う．散乱界の空間高調波展開，電流展開の打ち切り項数に対する解の収束性，電流の高調波展開近似による格子間隙上での電流誤差，平板格子上での抵抗境界条件の平均 2 乗誤差について調べる．以下の計算では，領域 I を  $\varepsilon_1 = 1$  の空気層，領域 II を  $\varepsilon_3 = 2.5$  の無損失誘電体とした．平板格子の周期間隔を  $\Lambda/\lambda = 0.5$ ，格子幅を  $W/\Lambda = 0.5$ ，平面電磁波の入射角  $\theta_i = 45^\circ$  とした．文献 (13) では，空間高調波展開における打ち切り次数  $M$  と表面電流の展開項数  $K$  の関係を  $M = 3K$  に設定することで，数値解の十分な収束が得られることが報告されているので，以下の数値計算においても，同様の設定を行う．

まず，図 B.2 に，電流展開項数に対する反射率の収束性を示す．TE 波解析の場合には，展開項数  $K$  の値が小さいときは，区分的正弦波関数を用いれば良いこと，展開項数  $K$  が大きいときは，展開関数に依存しないことがわかる．TM 波解析の場合には，展開項数が大きいときには，端点の特異性を考慮した関数または区分的正弦波関数を用いれば良いことが分かる．



(a) TE 波解析



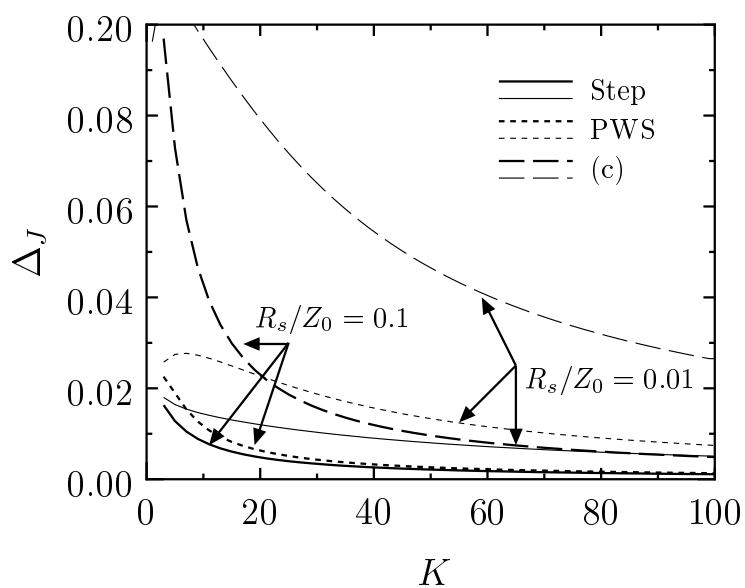
(b) TM 波解析

図 B.2 展開項数に対する反射率の収束.

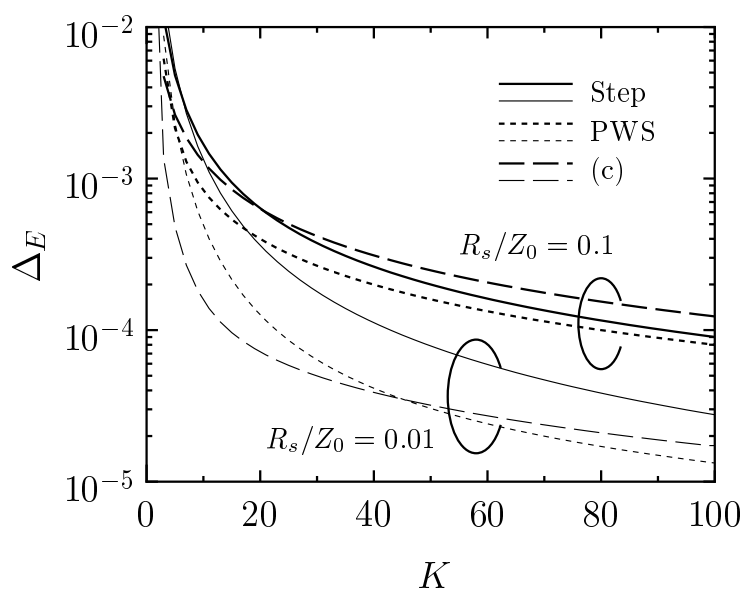
次に誤差について、検討を行う。図 B.3 に TE 波解析の計算例を示す。同図 (a) に、本来、零である格子間隙上での電流の相対 2 乗平均誤差  $\Delta_J$  を示す。この値は、ステップ関数の場合に小さく、端点の特異性を考慮した全領域関数に大きいことがわかる。全領域関数の場合には、誤差が格子の端部において増すためと推測され、不完全導体の解析に不利であることがわかる。同図 (b) の平板格子上での抵抗境界条件の相対 2 乗平均誤差  $\Delta_E$  は、表面抵抗の値に関わらず、収束が速いので問題にならない。散乱特性の解の収束だけでなく、抵抗境界整合を考慮すると、TE 波解析では、安定した数値解が得られる展開項数  $K$  に対して、格子を部分領域に分けて展開するステップ関数を使用するのが望ましいと考えられる。

図 B.4 に TM 波解析の計算例を示す。同図 (a) の格子間隙上での電流の相対 2 乗平均誤差  $\Delta_J$  の値は、収束がかなり速いことがわかる。同図 (b) に平板格子上での抵抗境界条件の相対 2 乗平均誤差  $\Delta_E$  を示す。この値は、区分的正弦波関数の場合に小さく、ステップ関数の場合に同誤差がかなり大きいことがわかる。ステップ関数の場合には、電界分布の空間高調波展開に生じるギブス現象に要因があると推測され、他 2 つの展開関数に比べて抵抗境界条件の整合性が悪く、展開関数に窓関数を乗じるなどの対策が必要である。TM 波解析では、安定した数値解が得られる展開項数  $K$  に対して、区分的正弦波関数を使用するのが望ましいと考えられる。

従って、軸方向の電流成分に着目した 2 次元形状の導体素子からなる金属格子の解析において、電流が流れる方向の成分を区分的正弦波関数で展開し、横方向には一様なステップ関数で展開するのが良いと推測できる。また、このような大きな展開項数に対する検討が可能となったのは、計算機処理能力の向上によるものである。

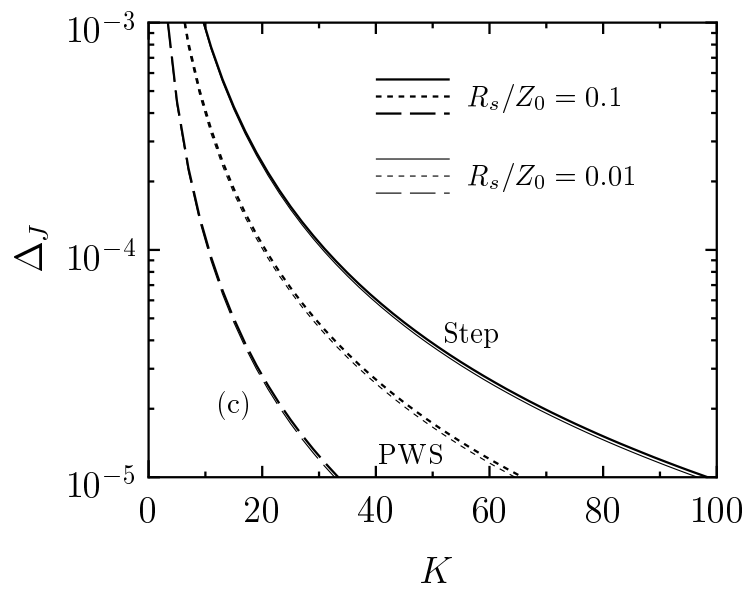


(a) 電流の相対 2 乗誤差

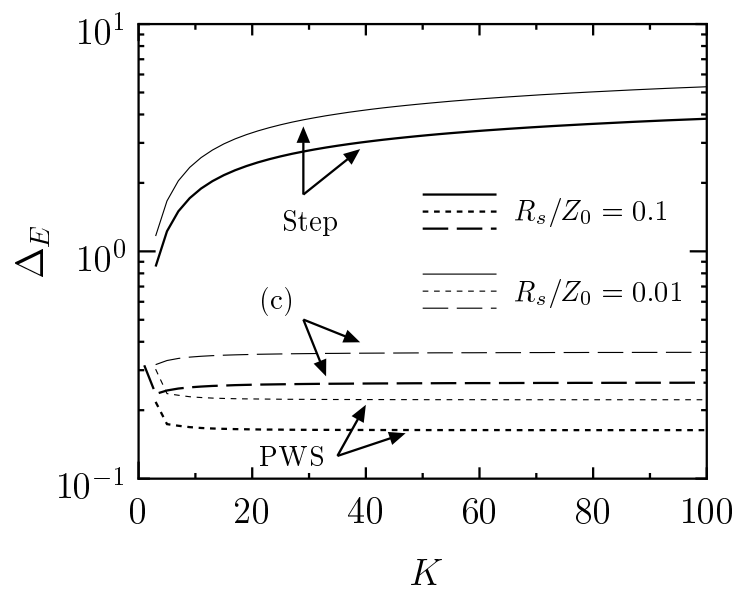


(b) 抵抗境界条件の相対 2 乗誤差

図 B.3 TE 波解析.



(a) 電流の相対 2 乗誤差



(b) 抵抗境界条件の相対 2 乗誤差

図 B.4 TM 波解析.



## 付 録 C

# 誘電体格子の解析における多層分割法に関する検討

### C.1 問題の構成

誘電体格子は格子表面に周期的な凹凸を設けたレリーフ形格子と周期的に誘電率が変化する誘電率変調形に大別できる<sup>(5)</sup>。レリーフ形の誘電体格子は光波の波長を測定したり、スペクトルを分析する分光器の中心素子として光学の分野において利用されており、表面レリーフ形誘電体格子に関する解析例が多数報告されている<sup>(15 19–22)</sup>。中でも、フーリエ級数展開法を用いた計算手法<sup>(17 42)</sup>は、TM 波入射の場合には解の収束が遅いものの、TE 波入射の場合には、空間高調波の展開項数を増やすことにより、高精度な計算が可能である。また、格子を多層に分割し、方形格子の積み重ね近似する多層分割法<sup>(72)</sup>と併用することにより、方形状だけでなく任意のレリーフ形状に対しても適用可能である。特に、誘電率変化が小さい場合には、少ない分割数で実用的な解が得られることが知られている。しかしながら、金属格子のような極めて誘電率変化が大きい場合には解の収束が不安定である。

ここでは、周期的表面をもつ表面レリーフ形誘電体格子による電磁波の散乱問題を考える。数値例として正弦波表面レリーフ形状を選び、フーリエ級数展開法と多層分割法を用いて、精度の良い数値解が得られる TE 波入射の場合について数値計算を行い、有効な分割方法について検討する。

## C.2 格子領域の分割方法

検討する表面レリーフ形状として

$$z(x) = d f(x) \quad (\text{C.1})$$

$$f(x) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{x}{W} \right) \right\} \quad (\text{C.2})$$

で表される正弦波形状を考える．格子領域を以下の 3 つの分割方法を用いて  $(L - 2)$  層に分割して数値計算を行い，数値解の収束性を比較することにより，有効な分割方法を検討する．以下の定式化では，簡単化のため，格子の溝の深さを  $d = 1$  と設定した．

### ① 均等分割による方法

格子領域を均等な厚さに多層分割すると，各層の  $z$  座標は次式のように与えられる．

$$z_1 = 1, \quad z_{k+1} = z_k - dz, \quad dz = \frac{1}{L - 2} \quad (k = 1, 2, \dots, L - 2) \quad (\text{C.3})$$

各層の格子幅は図 C.1 に示す面積  $S_1$  ,  $S_2$  の関係が  $S_1 = S_2$  となるように決定する．

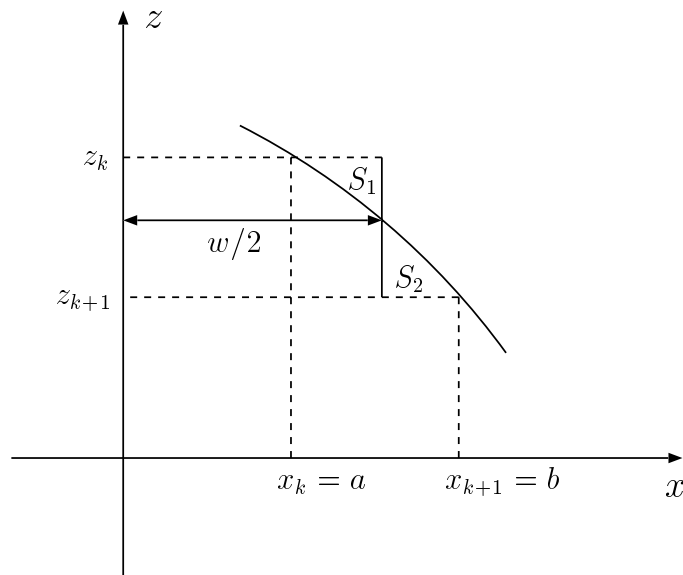


図 C.1 各層の格子幅.

$S_1 = S_2$  より ,

$$S_{ab} - z_{k+1}(b-a) = \left(\frac{w}{2} - a\right)(z_k - z_{k+1}) \quad (\text{C.4})$$

が成り立つので , 各層の格子幅  $w$  は ,

$$\frac{w}{2} = \frac{S_{ab} - z_{k+1}(b-a)}{z_k - z_{k+1}} + a \quad (\text{C.5})$$

で与えられる . 但し ,  $[a, b]$  間の面積  $S_{ab}$  は ,

$$\begin{aligned} S_{ab} &= \int_a^b \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{x}{W} \right) \right\} dx \\ &= \frac{1}{2} \left[ x + \frac{W}{2\pi} \sin \left( 2\pi \frac{x}{W} \right) \right]_a^b \\ &= \frac{1}{2} \left[ (b-a) + \frac{W}{2\pi} \left\{ \sin \left( 2\pi \frac{b}{W} \right) - \sin \left( 2\pi \frac{a}{W} \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

であり ,  $a, b$  は ,

$$a = x_k = \frac{W}{2\pi} \cos^{-1} (2z_k - 1) \quad (\text{C.7})$$

$$b = x_{k+1} = \frac{W}{2\pi} \cos^{-1} (2z_{k+1} - 1) \quad (\text{C.8})$$

で与えられる .

## ② 形状の変化 (微分値) に比例した厚さに分割する方法

この方法は , 分割する厚さを一定ではなく , 図 C.2 のように形状の変化に応じて分割する厚さを変える方法である . つまり ,

$$z_1 = 1, \quad z_{k+1} = z_k - \frac{f'(x_k)}{\sum_{k=1}^{L-2} f'(x_k)} \quad (k = 1, 2, \dots, L-2) \quad (\text{C.9})$$

のように微分値に比例した厚さに分割する . 但し ,

$$x_k = -\frac{1}{2} dx + k dx, \quad dx = \frac{W}{2(L-2)} \quad (\text{C.10})$$

である . 各層の格子幅  $w$  は分割方法 ① と同様の手順により , 式 (C.5) で決定する .

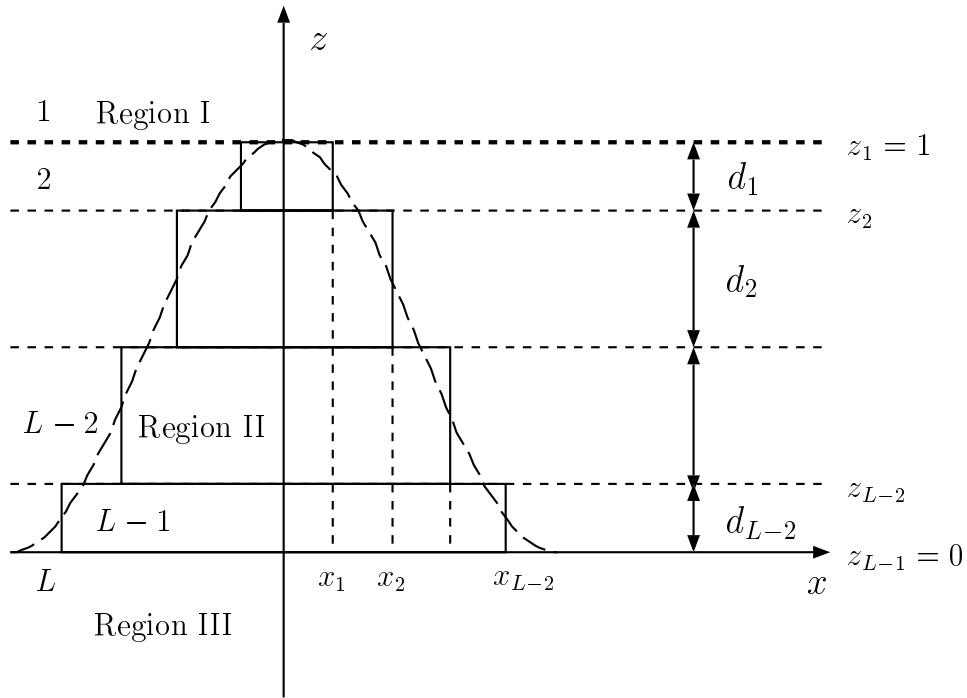


図 C.2 形状の変化に比例した厚さに分割する方法.

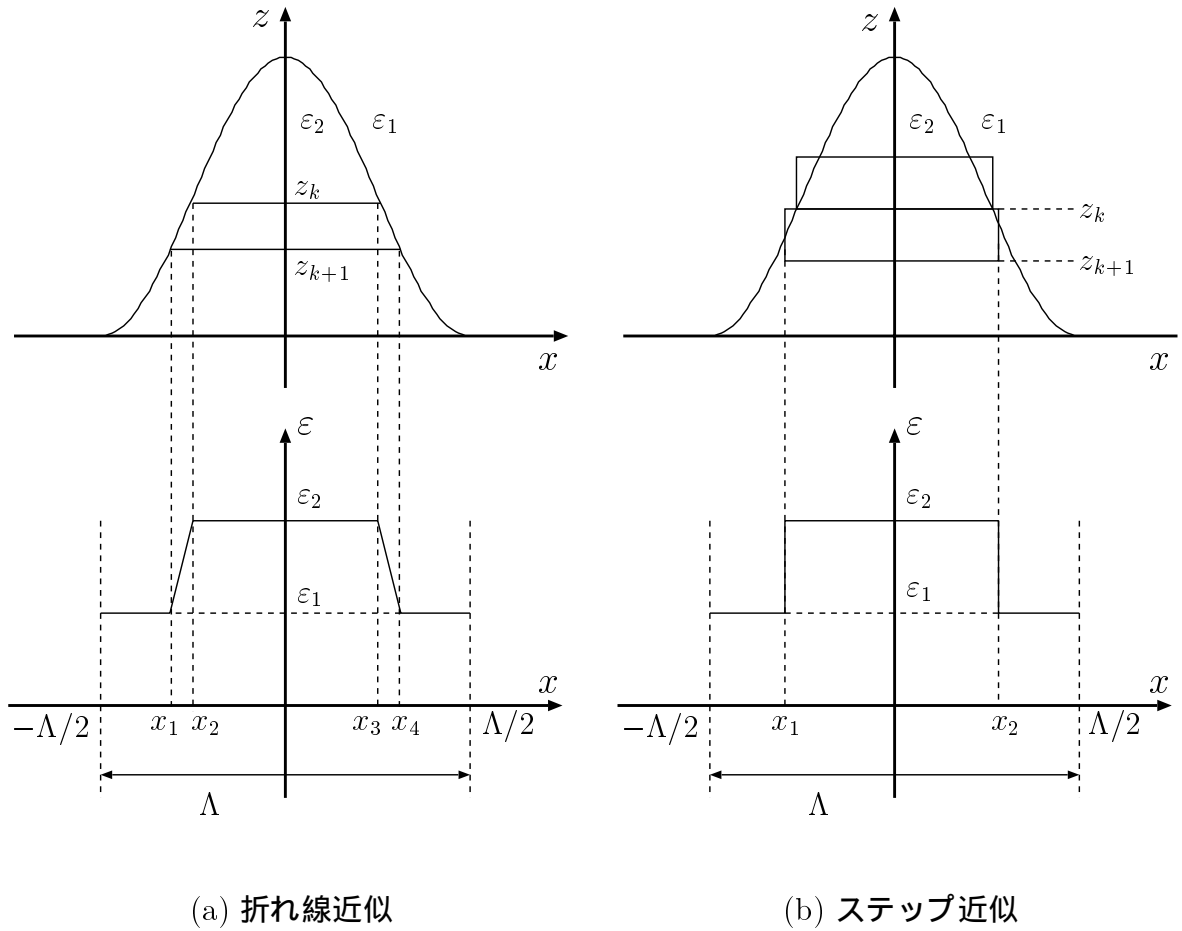
## ③ 誘電率分布の折れ線近似による方法

格子領域を分割方法 ① を用いて多層分割し，層内の誘電率分布を 図 C.3 (a) に示す折れ線で近似してフーリエ展開を行う．つまり，各層におけるフーリエ展開係数は

$$\begin{aligned}
 b_m &= \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \varepsilon_2(x) \exp(-jmsx) dx \\
 &= \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{x_1} + \int_{x_1}^{x_2} + \cdots + \int_{x_{L-2}}^{\Lambda/2} \varepsilon_2(x) \exp(-jmsx) dx
 \end{aligned} \tag{C.11}$$

のように与えられる．

なお，同図 (b) はステップ近似であり，比較のため示した．分割方法 ①，② では，同近似によりフーリエ展開係数を求めている．

図 C.3 実際のレリーフ形状と  $k$  層の誘電率分布.

### C.3 数値計算および検討

多層分割法による誘電体格子の解析について，金属のような誘電率変化の大きな格子に対する有効な分割方法の検討を行う．図 C.4 は，TE 波入射による階段近似数に対する反射率の収束性を示す．パラメータは，格子周期  $\Lambda/\lambda = 0.5$ ，格子幅  $W/\Lambda = 0.5$ ，格子の溝の深さ  $d/\lambda = 0.5$ ，格子の比誘電率  $\varepsilon_2 = 10, 100$ ，周囲の比誘電率を  $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1$  とした．同図から，誘電率変化が極めて大きいときには，形状の変化(微分値)に比例した厚さに分割する方法が階段近似数に対して収束が速く，有効であることがわかる．

ここでは，誘電率分布に対してステップ近似および折れ線近似による方法を示したが，適切な分布関数による近似を検討すれば，さらに数値解の収束が改善されることが期待される．

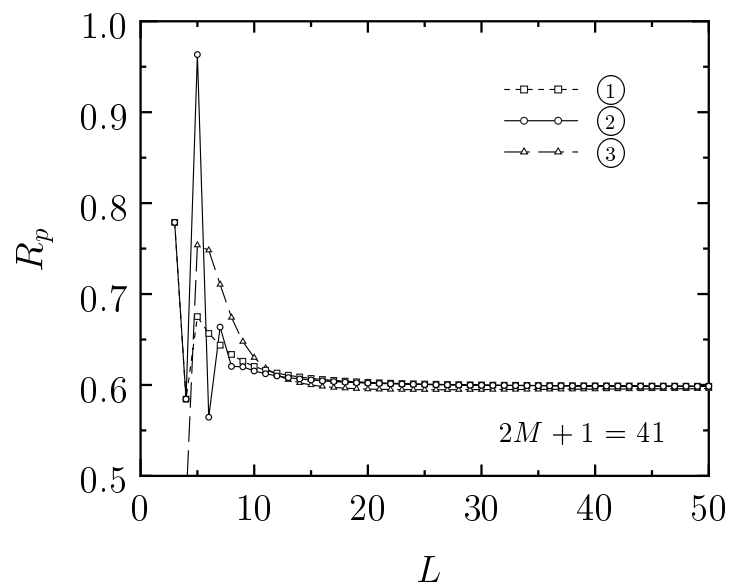
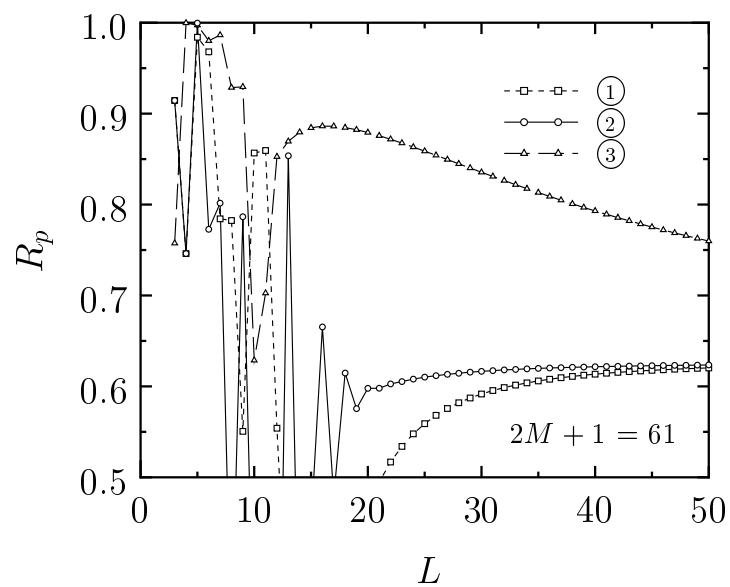
(a)  $\varepsilon_2 = 10$ (b)  $\varepsilon_2 = 100$ 

図 C.4 階段近似数に対する反射率の収束.

TE 波入射 ,  $\Lambda/\lambda = 0.5$  ,  $d/\lambda = 0.5$  ,  $W/\Lambda = 0.5$  ,  $\theta_i = 45$  deg.

## 謝 辞

本論文は，東北大学大学院 工学研究科 電気・通信工学専攻 澤谷 邦男 教授の御懇篤なる御指導，御鞭撻の下に，大阪府立大学 工学部 と 岡山県立大学 情報工学部 で行った研究をまとめたものである．本稿を終えるにあたり，同教授に厚く感謝の意を表する．

本論文をまとめるにあたり，多くの有益な御教示と御配慮を賜った 東北大学大学院 工学研究科 宮城 光信 教授，東北大学 電気通信研究所 杉浦 行 教授ならびに東北大学大学院 工学研究科 陳 強 助教授に深く感謝の意を表する．

本論文における研究に対して，直接御懇切と御鞭撻を賜った 大阪電気通信大学 工学部教授 小南 昌信 博士（元大阪府立大学助教授）ならびに 岡山県立大学 情報工学部教授 山北 次郎 博士（元大阪府立大学講師）に心より感謝の意を表する．

最後に，本研究を遂行するに際し，多大なる御支援と御援助を賜った セントラル硝子株式会社 中嶋 弘 氏，大阪産業大学 工学部 松本 恵治 助教授，近畿大学 生物理工学部 浅居 正充 講師 ならびに 岡山県立大学 情報工学部 稲井 寛 教授をはじめとする諸先生方ならびに諸氏に心より御礼申し上げる．





## 参考文献

- ( 1 ) 入交芳久, 鷹野敏明, 徳丸宗利, “ 電波天文観測用周波数選択膜の開発-40/80 GHz 帯 FSS の試作- ”, 電子情報通信学会論文誌 (B-II), Vol. J73-B-II, No. 1, pp. 20-26, Jan. 1990.
- ( 2 ) 伊藤博延, 橋本康雄, 栗原 弘, 平井義人, 石野 健, “ 建材用高性能熱線ガラスのテレビ電波反射特性 ”, 電子情報通信学会技術研究報告環境電磁工学, EMCJ-90-20, pp. 29-36, 1990.
- ( 3 ) H. Nakashima, T. Suga, H. Wakabayashi and M. Kominami, “ Effect of segmentation of conductive coatings on the radio wave reflection from solar control sheet glass ”, Journal of Ceramic Society of Japan, Vol. 104, No. 3, pp. 229-231, March 1996.
- ( 4 ) H. Nakashima, M. Yonekura, H. Wakabayashi and M. Kominami, “ Application of silver-dispersed AlN thin film to solar control glass ”, Journal of Applied Physics, Vol. 84, No. 11, pp. 6285-6290, 1 Dec. 1998.
- ( 5 ) 西原 浩, 春名正光, 栖原敏明, 光集積回路 (改訂増補版), オーム社, 1993.
- ( 6 ) R. H. Ott, R. G. Koiyoumjian and L. Peters, jr., “ Scattering by a two - dimensional periodic array of narrow plates ”, Radio Science., Vol. 2, No. 11, pp. 1347-1359, Nov. 1967.
- ( 7 ) B. J. Rubin and H. L. Bertoni, “ Reflection from a periodically perforated plane using a subsectional current approximation ”, IEEE Trans. Antennas Propag., Vol. AP-31, No. 6, pp. 829-836, June 1983.

- ( 8 ) R. C. Compton and D. B. Rutledge ,“ Approximation techniques for planar periodic structures ” , IEEE Trans. Microwave Theory Tech. , Vol. MTT-33 , No. 10 , pp. 1083–1088 , Oct. 1985.
- ( 9 ) M. Ando and M. Murota ,“ Reflection and transmission coefficients of a thin strip grating on a dielectric sheet ” , Trans. IECE Japan , Vol. E69 , No. 11 , pp. 1189–1198 , Nov. 1986.
- ( 10 ) T. A. Cwik and R. Mittra ,“ Scattering from a periodic array of free-standing arbitrarily shaped perfectly conducting or resistive patches ” , IEEE Trans. Antennas Propag. , Vol. AP-35 , No. 11 , pp. 1226–1234 , Nov. 1987.
- ( 11 ) 内田一徳 , 野田武昭 , 松永利明 ,“ 誘電体板付き多重周期平面格子による斜入射平面電磁波の散乱 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-88-22 , pp. 49–58 , 1988.
- ( 12 ) 内田一徳 , 野田武昭 , 松永利明 ,“ 2次元平面格子による電磁波の散乱 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-91-89 , pp.131–139 , 1991.
- ( 13 ) K. Uchida , T. Noda and T. Matsunaga ,“ Spectral domain analysis of electromagnetic wave scattering by an infinite plane metallic grating ” , IEEE Trans. Antennas Propag. , Vol. AP-35 , No. 1 , pp. 46–52 , Jan. 1987.
- ( 14 ) 内藤喜之 , 電波吸収体 , オーム社 , 新 OHM 文庫 , 1987.
- ( 15 ) 安浦亀之助 , 富田正治 ,“ 誘電体格子による平面波回折の数値解析 ” , 電子情報通信学会論文誌 (B) , Vol. J61-B , No. 7 , pp. 662–669 , July 1978.
- ( 16 ) 安浦亀之助 , 村山正直 ,“ 損失を考慮に入れた正弦波状格子による回折問題の数値解析 ” , 電子情報通信学会論文誌 (B) , Vol. J69-B , No. 2 , pp. 198–205 , Feb. 1986.
- ( 17 ) 山崎恒樹 , 日向 隆 , 細野敏夫 ,“ 周期的表面を持つ誘電体格子による電磁波の散乱 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-91-83 , pp.71–80 , 1991.

- ( 18 ) T. Yamazaki , T. Hosono and J. A. Kong ; “ Propagation characteristics of dielectric waveguides with periodic surface-relief ”, IEICE Trans. , Vol. E74 , No. 9 , pp. 2839–2847 , Sept. 1991.
- ( 19 ) 中田康則 , 小柴正則 , 鈴木道雄 , “ 誘電体格子による平面波回折の有限要素法解析 ”, 電子情報通信学会論文誌 (C) , Vol. J69-C , No. 12 , pp. 1503–1511 , Dec. 1986.
- ( 20 ) 南 功治 , 山北次郎 , 沢新之輔 , “ 周期条件を満たすグリーン関数を用いた損失誘電体格子の解析 ”, 電子情報通信学会論文誌 (C-I) , Vol. J75-C-I , No. 8 , pp. 528–535 , Aug. 1992.
- ( 21 ) 山北次郎 , 今村文広 , 広田敦志 , 六島 克 , “ 固有モード展開を用いた誘電体格子の解析 ”, 電子情報通信学会論文誌 (C-I) , Vol. J72-C-I , No. 11 , pp. 740–746 , Nov. 1989.
- ( 22 ) R. Petit , *Electromagnetic theory of gratings* , Springer-Verlag , Berlin , Heidelberg , New York , 1980.
- ( 23 ) 松本恵治 , 六島 克 , 山北次郎 , “ 等方性キラル格子による回折波の解析 ”, 電子情報通信学会論文誌 (C-I) , Vol. J79-C-I , No. 11 , pp. 165–172 , Nov. 1996.
- ( 24 ) K. Matsumoto , K. Rokushima and J. Yamakita , “ Three-dimensional rigorous analysis of dielectric grating waveguides for general case of oblique propagation ”, J. Opt. Soc. Am. , Vol. A , No. 10 , pp. 269–276 , 1993.
- ( 25 ) 小松 実 , 若林秀昭 , 稲井 寛 , 山北次郎 , “ 回折格子のコニカルマウントにおける数値解析 ”, 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-00-104 , pp. 31–36 , 2000.
- ( 26 ) 松田豊稔 , 奥野洋一 , “ 大規模な最小 2 乗問題の解法についての一考察 ”, 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-95-40 , pp. 27–36 , 1995.
- ( 27 ) 松田豊稔 , 奥野洋一 , “ Doubly periodic grating の回折特性算出 ”, 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-95-76 , pp. 129–138 , 1995.

- ( 28 ) H. Wakabayashi , M. Kominami and S. Sawa , “ Scattering from a periodic array on a semi-infinite dielectric substrate ” , Bulletin of the University of Osaka Prefecture , Series A (Engineering and Natural Sciences) , Vol. 40 , No. 2 , pp. 233–245 , 1991.
- ( 29 ) 小南昌信 , 若林秀昭 , 沢新之輔 , 中嶋 弘 , “ 半無限誘電体上の任意形状素子からなる無限周期アレーによる電磁波の散乱 ” , 電子情報通信学会論文誌 (B-II) , Vol. J76-B-II , No. 4 , pp. 260–267 , April 1993.
- ( 30 ) H. Wakabayashi , M. Kominami and J. Yamakita , “ Scattering of electromagnetic wave by double periodic array with a dielectric substrate ” , IEICE Trans. Fundamentals , Vol. E78-A , No. 11 , pp. 1545–1547 , Dec. 1995.
- ( 31 ) 若林秀昭 , 小南昌信 , 沢新之輔 , 中嶋 弘 , “ 互いに補対なエレメントからなる FSS の特性 ” , 電子情報通信学会技術研究報告アンテナ伝播研究会 , A-P92-74 , pp.39–46 , 1992.
- ( 32 ) H. Wakabayashi , M. Kominami , S. Sawa and H. Nakashima , “ Scattering from conductor or complementary aperture array on a semi-infinite substrates ” , IEICE Trans. Fundamentals , Vol. E75-A , No. 12 , pp. 1762–1764 , Dec. 1992.
- ( 33 ) H. Wakabayashi , M. Kominami , H. Kusaka and H. Nakashima , “ Numerical simulations for FSSs with complementary elements ” , IEE Proc. of Microw. Antennas Propag. , Vol. 141 , No. 6. pp. 477–482 , Dec. 1994.
- ( 34 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , 浅居正充 , 松本恵治 , 六島 克 , “ 平板格子における抵抗境界条件について ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-96-78 , pp. 45–54 , 1996.
- ( 35 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , 松本恵治 , 浅居正充 , “ 平板格子における近似境界条件の有効性 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-97-9 , pp. 49–54 , 1997.

- ( 36 ) 若林秀昭, 山北次郎, 松本恵治, 浅居正充, “ 平板格子における抵抗境界条件の有効性 ”, 電子情報通信学会誌 (C-I), Vol. J80-C-I, No. 9, pp. 387–396, Sept. 1997.
- ( 37 ) R. Petit and G. Tayeb, “ Theoretical and numerical study of gratings consisting of periodic arrays of thin and lossy strips ”, J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 7, No. 9, pp. 1686–1692, 1990.
- ( 38 ) 若林秀昭, 山北次郎, 松本恵治, “ 厚みの薄い表面レリーフ形誘電体格子による散乱特性 ”, 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-97-78, pp. 71–76, 1997.
- ( 39 ) 若林秀昭, 山北次郎, 松本恵治, “ 極めて厚みの薄い誘電体格子の解析 ”, 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-98-34, pp. 61–66, 1998.
- ( 40 ) 若林秀昭, 山北次郎, 松本恵治, “ 厚みをもつ素子からなる無限周期アレーの散乱特性 ”, 輻射科学研究会資料, RS98-7, 1998.
- ( 41 ) H. Wakabayashi, J. Yamakita, K. Matsumoto and M. Asai, “ Analysis of an infinite metallic grating with thickness ”, Proc. of Progress in Electromagnetics Research Symposium 1999, Vol. 2, p. 949, March 1999.
- ( 42 ) 若林秀昭, 山北次郎, 松本恵治, 浅居正充, “ 極めて厚みの薄い表面レリーフ形誘電体格子の解析 ”, 電子情報通信学会誌 (C-I), Vol. J82-C-I, No. 4, pp. 175–183, April. 1999.
- ( 43 ) 天野直巳, 土井利忠, 佐藤利三郎, “ V 字形アンテナ間の相互インピーダンスを用いた曲線状アンテナの行列解法 ”, 電子情報通信学会論文誌 (B), Vol. 58-B, No. 5, pp. 239–246, May 1975.
- ( 44 ) 山下榮吉監修, 電磁波問題の基礎解析法, 電子情報通信学会編, コロナ社, 1987.
- ( 45 ) T. Itoh and W. Menzel, “ A full-wave analysis method for open microstrip structures ”, IEEE Trans. Antennas Propag., Vol. AP-29, No. 1, pp. 63–68, Jan. 1981.

- ( 46 ) 越智久晃, 山本悦治, 陳 強, 澤谷邦男, “ 線状と板状の導体で構成されたアンテナ系のモーメント法解析 ”, 電子情報通信学会論文誌 (B-II), Vol. J79-B-II, No. 9, pp. 566–573, Sept. 1996.
- ( 47 ) 澤谷邦男, モーメント法によるアンテナ解析中級コース, アンテナ・伝搬における設計・解析ワークショップ (第 12 回), 電子情報通信学会, 1998.
- ( 48 ) 小南昌信, 六島 克, “ 接地誘電体基板上のプリントダイポールの数値解析について ”, 電子情報通信学会論文誌 (B), Vol. J69-B, No. 9, pp. 941–948, Sept. 1986.
- ( 49 ) W. L. Stutzman and G. A. Thiele, *Antenna theory and design*, John Wiley and Sons., Chapter 7, Moment Method, 1981.
- ( 50 ) 三好旦六, 光・電磁波論, 培風館, 1987.
- ( 51 ) H. Wakabayashi, M. Kominami and S. Sawa, “ Scattering from a periodic array on a dielectric Substrate ”, Proc. of the 1992 ISAP, Vol. 3, pp. 737–740, Sept. 1992.
- ( 52 ) H. Wakabayashi, M. Kominami, H. Kusaka and H. Nakashima, “ Spectral domain analysis of scattering properties periodic arrays on dielectric substrates ”, IEICE Trans. Commun., Vol. E76-B, No. 12, pp. 1587–1589, Dec. 1993.
- ( 53 ) H. Wakabayashi, J. Yamakita and M. Kominami, “ Electromagnetic scattering by double periodic array of arbitrarily shaped elements ”, Proc. of 2nd Asia-Pacific Conference on Communications, Vol. 1 of 2, pp. 193–197, June 1995.
- ( 54 ) H. Wakabayashi, M. Kominami and J. Yamakita, “ Scattering from infinite double periodic array ”, Proc. of 1995 International Laser, Lightwave and Microwave Conference, pp. 258–261, Oct. 1995.
- ( 55 ) T. A. Cwik and R. Mittra, “ The cascade connection of planar periodic surfaces and lossy dielectric layers to form an arbitrarily periodic screen ”, IEEE Trans. Antennas Propag., Vol. AP-35, No. 12, pp. 1397–1405, Nov. 1987.

- ( 56 ) C. C. Chen , “ Scattering by a two-dimensional periodic array of conducting plates ” , IEEE Trans. , Antennas Propag. , Vol. AP-18 , No. 5 , pp. 627–632 , May 1970.
- ( 57 ) J. M. Jin and J. M. Volakis , “ Electromagnetic scattering by a perfectly conducting patch array on a dielectric slab ” , IEEE Trans. , Antennas Propag. , Vol. AP-38 , No. 4 , pp. 556–563 , April 1990.
- ( 58 ) 松本恵治 , 若林秀昭 , 山北次郎 , “ 異方性キラルグレーティング導波路の伝搬特性 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-98-163 , pp. 49–54 , 1998.
- ( 59 ) M. Asai , J. Yamakita , H. Wakabayashi and J. Ishii , “ Analysis of electromagnetic waves diffracted by a grounded uniaxial chiral slab with an infinite array of strips ” , Proc. of the 2000 ISAP , Vol. 1 , pp. 113–116. Aug. 2000.
- ( 60 ) 山北次郎 , 浅居正充 , 六島 克 , “ 多層異方性基盤上の電流源による散乱界の表現 – スペクトル領域のグリーン関数 – ” , 電子情報通信学会論文誌 (C-1) , Vol. J73-C-I , No. 9 , pp. 594–596 , 1990.
- ( 61 ) 山北次郎 , 浅居正充 , 松本恵治 , 六島 克 , “ キラル媒質上の電流源による散乱界の表現 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-95-111 , pp. 11–18 , 1995.
- ( 62 ) 橋本 修 , 電波吸収体入門 , 森北出版社 , 1997.
- ( 63 ) タチャナジネンコ , 奥野洋一 , 松島 章 , “ 表面抵抗をもつ平板格子による平面 H 波の散乱 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-96-79 , pp. 55–65 , 1996.
- ( 64 ) T. Hinata and T. Hosono , “ On the scattering of electromagnetic wave by plane grating placed in homogeneous medium – Mathematical foundation of point matching and numerical analysis – ” , Trans. IECE Japan , Vol. J59-B , No. 12 , pp. 571–578 , 1976.
- ( 65 ) 浅居正充 , 山北次郎 , 沢新之輔 , 石井順也 , “ 異方性誘電体上 2 次元平面格子の解析 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-94-55 , pp. 121–129 , 1994.

- ( 66 ) M. Asai , J. Yamakita , S. Sawa and J. Ishii , “ Scattering by two-dimensional rectangular resistive plane gratings with anisotropic slab ”, IEICE Trans. , Electron. , Vol. E78-C , No. 10 , pp. 1453–1459 , Oct. 1995.
- ( 67 ) M. Asai , J. Yamakita and S. Sawa , “ On the resistive boundary conditions for planar dielectric structure ”, Bulletin of University of Osaka Prefecture , Series A (Engineering and Natural Sciences) , Vol. 40 , No. 1 , pp. 19–30 , 1991.
- ( 68 ) 牧野 滋 , 宮原典夫 , 水溜仁士 , 浦崎修治 , “ 3 層メアンダーライン円偏波発生器の設計 ”, 電子情報通信学会論文誌 (B) , Vol. J71-B , No. 11 , pp. 1358–1364 , 1988.
- ( 69 ) B. A. Munk , *Frequency selective surfaces* , John Wiley & Sons , Inc. , 2000.
- ( 70 ) S. W. Lee , G. Zarrillo and C. L. Law , “ Simple formulas for transmission through periodic metal grids or plates ”, IEEE Trans. Antennas Propag. , Vol. AP-30 , No. 5 , pp. 904–909 , May 1982.
- ( 71 ) C. Scott , *The spectral domain method in electromagnetics* , Chapter 4 , The Artech House Microwave Library , 1989.
- ( 72 ) S. T. Peng , T. Tamir and H. L. Bertoni , “ Theory of periodic waveguides ”, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. , Vol. MTT-23 , No. 1 , pp. 123–133 , Jan. 1975.
- ( 73 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , 松本恵治 , “ 抵抗境界条件による平板格子の解析について ”, 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-98-156 , pp. 7–12 , 1998.
- ( 74 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , “ 無限周期アレーの散乱解析における抵抗境界整合の検討 ”, 電子情報通信学会技術研究報告アンテナ伝播研究会 , A-P-99-40 , pp. 37–42 , 1999.
- ( 75 ) 大岡一幸 , 若林秀昭 , 稲井 寛 , 山北次郎 , 松本恵治 , “ 平板格子における抵抗境界条件の直接評価 ”, 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-00-89 , pp. 37–42 , 2000.



## 研究業績

2001 年 2 月現在

### 学術論文

- ( 1 ) H. Wakabayashi , M. Kominami and S. Sawa , “ Scattering from a periodic array on a semi-infinite dielectric substrate ” , Bulletin of the University of Osaka Prefecture , Series A (Engineering and Natural Sciences) , Vol. 40 , No. 2 , pp. 233–245 , 1991.
- ( 2 ) H. Wakabayashi , M. Kominami , S. Sawa and H. Nakashima , “ Scattering from conductor or complementary aperture array on a semi-infinite substrates ” , IEICE Trans. Fundamentals , Vol. E75-A , No. 12 , pp. 1762–1764 , Dec. 1992.
- ( 3 ) 小南昌信 , 若林秀昭 , 沢新之輔 , 中嶋 弘 , “ 半無限誘電体上の任意形状素子からなる無限周期アレーによる電磁波の散乱 ” , 電子情報通信学会論文誌 (B-II) , Vol. J76-B-II , No. 4 , pp. 260–267 , April 1993. ; [ Translated in Electronics and Communications in Japan , Part 1 , Communications , Vol. 77 , No. 1 , pp. 85–94 , Jan. 1994. ]
- ( 4 ) H. Wakabayashi , M. Kominami , H. Kusaka and H. Nakashima , “ Spectral domain analysis of scattering properties periodic arrays on dielectric substrates ” , IEICE Trans. Commun. , Vol. E76-B , No. 12 , pp. 1587–1589 , Dec. 1993.
- ( 5 ) H. Wakabayashi , M. Kominami , H. Kusaka and H. Nakashima , “ Numerical simulations for FSSs with complementary elements ” , IEE Proc. of Microw. Antennas Propag. , Vol. 141 , No. 6. pp. 477–482 , Dec. 1994.

- ( 6 ) H. Wakabayashi , M. Kominami and J. Yamakita , “ Scattering of electromagnetic wave by double periodic array with a dielectric substrate ” , IEICE Trans. Fundamentals , Vol. E78-A , No. 11 , pp. 1545–1547 , Dec. 1995.
- ( 7 ) H. Nakashima , T. Suga , H. Wakabayashi and M. Kominami , “ Effect of segmentation of conductive coatings on the radio wave reflection from solar control sheet glass ” , Journal of Ceramic Society of Japan , Vol. 104 , No. 3 , pp. 229–231 , March 1996.
- ( 8 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , 松本恵治 , 浅居正充 , “ 平板格子における抵抗境界条件の有効性 ” , 電子情報通信学会論文誌 (C-I) , Vol. J80-C-I , No. 9 , pp. 387–396 , Sept. 1997. ; [Translated in Electronics and Communications in Japan , Part II , Electronics , Vol. 80 , No. 12 , pp. 7–17. Dec. 1997. ]
- ( 9 ) H. Nakashima , M. Yonekura , H. Wakabayashi and M. Kominami , “ Application of silver-dispersed AlN thin film to solar control glass ” , Journal of Applied Physics , Vol. 84 , No. 11 , pp. 6285–6290 , 1 Dec. 1998.
- ( 10 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , 松本恵治 , 浅居正充 , “ 極めて厚みの薄い表面レリーフ形誘電体格子の解析 ” , 電子情報通信学会論文誌 (C-I) , Vol. J82-C-I , No. 4 , pp. 175–183 , April 1999. ; [Translated in Electronics and Communications in Japan , Part II , Electronics , Vol. 82 , No. 12 , pp. 38–47. Dec. 1999. ]

## 国際学会

- ( 1 ) H. Wakabayashi , M. Kominami and S. Sawa , “ Scattering from a periodic array on a dielectric Substrate ” , Proc. of the 1992 ISAP , Vol. 3 , pp. 737–740 , Sept. 1992.
- ( 2 ) H. Wakabayashi , J. Yamakita and M. Kominami , “ Electromagnetic scattering by double periodic array of arbitrarily shaped elements ” , Proc. of 2nd Asia-Pacific Conference on Communications , Vol. 1 of 2 , pp. 193–197 , June 1995.

- ( 3 ) H. Wakabayashi , M. Kominami and J. Yamakita , “ Scattering from infinite double periodic array ” , Proc. of 1995 International Laser , Lightwave and Microwave Conference , pp. 258–261 , Oct. 1995.
- ( 4 ) H. Wakabayashi , M. Kominami and J. Yamakita , “ Printed antenna on dielectric substrate with no ground plane ” , Proc. of the 1996 ISAP , Vol. 1 , p. 101–104 , Sept. 1996.
- ( 5 ) H. Wakabayashi , J. Yamakita , K. Matsumoto and M. Asai , “ Analysis of an infinite metallic grating with thickness ” , Proc. of Progress in Electromagnetics Research Symposium 1999 , Vol. 2 , p. 649 , March 1999.
- ( 6 ) M. Asai , J. Yamakita , H. Wakabayashi and J. Ishii , “ Analysis of electromagnetic waves diffracted by a grounded uniaxial chiral slab with an infinite array of strips ” , Proc. of the 2000 ISAP , Vol. 1 , pp. 113–116. Aug. 2000.
- ( 7 ) M. Asai , J. Yamakita , H. Wakabayashi and J. Ishii , “ Analysis of electromagnetic waves scattered by a uniaxial chiral slab with thin strip grating ” , Proc. of JSST International Conference on Modeling Control and Computation in Simulation , pp. 333–336 , Oct. 2000.
- ( 8 ) M. Asai , J. Yamakita , H. Wakabayashi and J. Ishii , “ Analysis of diffracted waves from a uniaxial chiral layer with a thin metallic grating ” , Proc. of the 2000 Japan-China Joint Meeting on Optical Fiber Science and Electromagnetic Theory , pp. 243–246 , Dec. 2000.
- ( 9 ) H. Wakabayashi , J. Yamakita , M. Asai and K. Matsumoto , “ Verification of resistive boundary of scattering by a plane grating on multilayered substrates ” , Proc. of Progress in Electromagnetics Research Symposium 2001. (in press).
- ( 10 ) M. Asai , J. Yamakita , H. Wakabayashi and J. Ishii , “ Plane wave scattering from a thin metallic grating in a planar-stratified uniaxial chiral medium ” , Proc. of Progress in Electromagnetics Research Symposium 2001. (in press).

- ( 11 ) M. Asai , J. Yamakita , H. Wakabayashi and J. Ishii , “ Plane wave diffraction from a periodic array of conducting patches between two uniaxial chiral slabs ” , Proc. of Progress in Electromagnetics Research Symposium 2001. (in press).

## 研究会

- ( 1 ) 若林秀昭 , 小南昌信 , 沢新之輔 , 中嶋 弘 , “ 互いに補対なエレメントからなる FSS の特性 ” , 電子情報通信学会技術研究報告アンテナ伝播研究会 , A・P92-74 , pp.39-46 , 1992.
- ( 2 ) 山北次郎 , 稲井 寛 , 若林秀昭 , “ 行列固有値を用いた算法による誘電体導波路の波動伝搬 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-94-69 , pp. 31-40 , 1994.
- ( 3 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , 浅居正充 , 松本恵治 , 六島 克 , “ 平板格子における抵抗境界条件について ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-96-78 , pp. 45-54 , 1996.
- ( 4 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , 松本恵治 , 浅居正充 , “ 平板格子における近似境界条件の有効性 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-97-9 , pp. 49-54 , 1997.
- ( 5 ) 松田靖之 , 若林秀昭 , 稲井 寛 , 山北次郎 , “ 行列固有値法による異方性誘電体光導波路の解析 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-97-53 , pp. 25-30 , 1997.
- ( 6 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , 松本恵治 , “ 厚みの薄い表面レリーフ形誘電体格子による散乱特性 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-97-78 , pp. 71-76 , 1997.
- ( 7 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , 松本恵治 , “ 極めて厚みの薄い誘電体格子の解析 ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-98-34 , pp. 61-66 , 1998.
- ( 8 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , 松本恵治 , “ 厚みをもつ素子からなる無限周期アレーの散乱特性 ” , 輻射科学研究会資料 , RS98-7 , 1998.
- ( 9 ) 若林秀昭 , 山北次郎 , 松本恵治 , “ 抵抗境界条件による平板格子の解析について ” , 電気学会電磁界理論研究会資料 , EMT-98-156 , pp. 7-12 , 1998.

- ( 10 ) 松本恵治, 若林秀昭, 山北次郎, “ 異方性キラルグレーティング導波路の伝搬特性 ”, 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-98-163, pp. 49-54, 1998.
- ( 11 ) 若林秀昭, 山北次郎, “ 無限周期アレーの散乱解析における抵抗境界整合の検討 ”, 電子情報通信学会技術研究報告アンテナ伝播研究会, A・P-99-40, pp. 37-42, 1999.
- ( 12 ) 大岡一幸, 若林秀昭, 山北次郎, “ 無限周期アレーにおける抵抗境界の誤差に関する検討 ”, 電子情報通信学会技術研究報告アンテナ伝播研究会, A・P-99-159, pp. 1-6, 1999.
- ( 13 ) 大岡一幸, 若林秀昭, 稲井 寛, 山北次郎, 松本恵治, “ 平板格子における抵抗境界条件の直接評価 ”, 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-00-89, pp. 37-42, 2000.
- ( 14 ) 小松 実, 若林秀昭, 稲井 寛, 山北次郎, “ 回折格子のコニカルマウントにおける数値解析 ”, 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-00-104, pp. 31-36, 2000.
- ( 15 ) 若林秀昭, 山北次郎, 小南昌信, 浅居正充, “ 有限周期平板格子における縁端効果について ”, 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-00-105, pp. 37-42, 2000.

## 公開特許

- ( 1 ) 中嶋 弘, 米倉正明, 若林秀昭, 小南昌信, “ 電波透過性波長選択ガラス及びその製法 ”, 特開 2000-281388.
- ( 2 ) 中嶋 弘, 米倉正明, 若林秀昭, 小南昌信, “ 電波透過性波長選択基板の製造方法 ”, 特開 2000-344547.
- ( 3 ) 中嶋 弘, 米倉正明, 若林秀昭, 小南昌信, “ 電波透過性波長選択基板及びその製法 ”, 特開 2000-344548.
- ( 4 ) 中嶋 弘, 米倉正明, 若林秀昭, 小南昌信, “ 電波透過性波長選択ガラス及びその製造方法 ”, 特開 2001-26071.

